

RECTIFICACION DEL TRAZADO DE LAS CURVAS POR EL METODO DE LAS FLECHAS	GERENCIA DE INFRAESTRUCTURA
	NTVO N° 4 Diciembre de 1972

SUMARIO

	<u>Página</u>
ARTICULO 1 : Introducción	3
 CAPITULO I - RECTIFICACION DEL TRAZADO DE LAS CURVAS:	
ARTICULO 2: Generalidades	3
 SUB-CAPITULO I - OPERACIONES EN LA VIA	
ARTICULO 3: Marcación y primera medición de las flechas sobre el riel	3
ARTICULO 4: Signos de las flechas	3
ARTICULO 5: Personal necesario y manera de actuar en la medición de las flechas	4
ARTICULO 6: Precauciones particulares	4
ARTICULO 7: Colocación de las estacas	5
ARTICULO 8: Medición de las flechas sobre las estacas	5
ARTICULO 9: Traslado de los clavos de referencia	5
ARTICULO 10: Comprobación	5
ARTICULO 11: Alineación de la vía	6
 SUB-CAPITULO II - CALCULOS	
ARTICULO 12: Generalidades	6
 Parágrafo 1	
Principios teóricos de base utilizados para el estudio de la rectificación de una curva y modo de operar.	
ARTICULO 13: Definición de los diagramas de flechas	6
ARTICULO 14: Propiedades del diagrama de las flechas	7
ARTICULO 15: Modo de operar	7
 Parágrafo 2	
Las tracciones generales concernientes a la ejecución de los cálculos. Forma del Diagrama de Flechas de la curva rectificada.	
ARTICULO 16: Forma general del Diagrama de las Flechas	9
ARTICULO 17: Enlace de la curva obtenida en la recta a continuación de la misma	9

	<u>Página</u>
ARTICULO 18: Reducción de los ripados obtenidos -----	9
ARTICULO 19: Pendiente máxima de los Diagramas de las Flechas de la curva rectificada -----	10
ARTICULO 20: Curvas enlaces de suavización -----	10

Parágrafo 3

Aparato mecánico diagrama corrector

ARTICULO 21: Principio y empleo -----	12
---------------------------------------	----

CAPITULO II - CONSERVACION DEL TRAZADO DE LAS CURVAS:

ARTICULO 22: Generalidades -----	13
ARTICULO 23: Verificación y rectificación del trazado de las curvas en el curso de la conservación -----	13
ARTICULO 24: Método de los grupos compensadores -----	13
ARTICULO 25: Realización de las correcciones en la vía -----	15

ANEXOS

- 1 - Planilla de volante de medición de flechas.
- 2 - Planilla de comprobación final de estaqueado de curvas.
- 3 - Libreta de curvas del Capataz.
- 4 - Planilla de cálculos para la rectificación de curvas.
- 5 - Diagramas, mediciones, cálculos y resultados de rectificación de curvas.
- 6 - Orden de las operaciones de rectificación de una curva y pasos sucesivos del procesamiento de la documentación entre el Inspector y el Centro de Cálculo.
- 7 - Dispositivo para efectuar la medición de las flechas sobre el riel.
- 8 - Repaso de fórmulas.

Artículo 1.- Introducción.

Bajo la influencia de la circulación de los trenes y a veces de los movimientos de la plataforma, la regularidad del trazado de las vías se perturba.

Es entonces necesario, cuando el trazado de las vías se hace irregular, efectuar correcciones completas y fijar su posición correcta con relación a puntos de referencia fijos, puestos a una distancia determinada de uno de los rieles y el exterior de la vía, lo que permite medir las deformaciones del trazado y determinar por medición directa las ligeras correcciones a hacer en el curso de la conservación.

Esta norma tiene por objeto:

- 1° Establecer las reglas a seguir para el cálculo de la rectificación del trazado de las curvas y definir el papel de cada uno de los agentes participantes en este trabajo.
- 2° Fijar las medidas periódicas a tener en cuenta para verificar y conservar la regularidad del trazado de las vías en curvas.

CAPITULO I

RECTIFICACION DEL TRAZADO DE LAS CURVAS

Artículo 2.- Generalidades.

El método de rectificación de las curvas por corrección de las flechas, permite verificar el trazado de las vías en curva partiendo de los valores de las flechas medidas en el medio de una cuerda de longitud constante. Se aplica de una manera general, a las vías muy deformadas y, en particular, a las vías en curso de renovación.

Este método de rectificación de curvas debe ser preferido a los que requieren el empleo de aparatos normalmente empleados en topografía porque es de aplicación más sencilla, más fácil y rápido y a la vez muy preciso.

La rectificación de una curva requiere:

- operaciones de medición en la vía y
- cálculos

SUB-CAPITULO I

OPERACIONES EN LA VÍA

Artículo 3.- Marcación y primera medición de las flechas sobre el riel.

Se hacen con tiza o pintura, marcas provisorias sobre el lado interior del hongo del riel exterior de la curva, cada 10 metros, las que son numeradas en el sentido del kilometraje, mediante pintura blanca sobre el alma del riel.

El número **0** se ubica en la recta que precede la curva, a 40 m, por lo menos del origen de ésta. Antes de proceder a la medición de las flechas, se mejora la alineación de esta parte de recta que precede la curva a los efectos que no haya ninguna inflexión.

Artículo 4.- Signos de las flechas.

Por convención las flechas de una curva para la cual el centro está situado a la derecha de un observador que se desplaza en el sentido del kilometraje, son positivas. Son negativas, cuando el centro de la curva está a la izquierda del observador. Esta regla es imperativa para las curvas

sucesivas de sentidos contrarios.

Artículo 5.- Personal necesario y manera de actuar en la medición de las flechas.

Se necesita un operador, un ayudante del distrito o el Inspector de vía, en adelante designado como Inspector y dos obreros. Las flechas son medidas con un hilo de nylon de 0,5 mm de diámetro y más de 20 m de longitud (alrededor de 21 m), que sirve para materializar la cuerda geométrica de los arcos sucesivos de la curva. Este hilo tiene en cada extremidad una empuñadura que permite tenderlo con más facilidad, y se conserva enrollado sobre el tambor.

Se utiliza un metro rígido o una regla graduada para medir las flechas. Cada uno de los obreros, tiene con una mano de las empuñaduras del extremo del hilo, tensándolo fuertemente, y, la otra mano la aplica contra la cara lateral del hongo del riel, aproximadamente a la mitad de su altura, en el interior de la vía, y al frente de las marcas distantes entre sí de 20 m (Figura 1), en los puntos 10 y 12 por ejemplo. (Ocasionalmente puede ser interpuesto un suplemento de espesor conocido entre el hilo y el hongo del riel, lo cual permite la fácil medición de las flechas en la entrada de las curvas, en particular si las alineaciones poseen contracurvas).

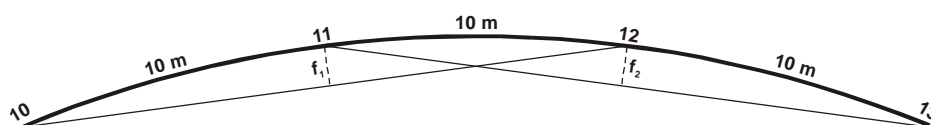


Figura 1

El operador toma en el punto 11, con la regla graduada, la flecha f_1 , del arco de 20 m (Figura 1) correspondiente.

Se traslada luego la cuerda de los puntos 10 y 12 a los puntos 11 y 13 para medir la flecha f_2 en punto 12 y así sucesivamente.

Anota el operador (modelo anexo) las flechas medidas al frente de cada punto 11, 12, 13, etc. (Columna 5).

En esta planilla se anota igualmente:

- Los obstáculos o puntos fijos que limitan o que no permitan el desplazamiento de la vía y medidas de los mismos. Se anota la posición de éstos en relación a las marcas del riel (Columnas 2, 3 y 12).
- En vía doble, va el ancho de la entrevía frente a cada marca (Columna 1).

Esta planilla, llenada por el Inspector con excepción de las columnas 6 a 11, se manda al centro encargado del cálculo (en adelante: Centro).

Artículo 6.- Precauciones particulares.

Está prohibido hacer la alineación aproximada de la curva antes de la medición de las flechas, salvo el caso indicado en el Artículo 3 (Alineación de las rectas de cada lado de la curva), o de curvas excesivamente deformadas.

La medición de las flechas debe ejecutarse con mucha precisión, con errores menores o iguales a 1 mm.

Es una operación muy delicada que necesita mucho cuidado y atención, en especial las lecturas de las flechas pequeñas al principio de las curvas y en los extremos de las mismas, en el tramo que debería ser recta, pero que por deformación resulta con flechas a veces de signo contrario al de la propia curva,

Por eso, se deben tomar algunas precauciones:

- No operar con viento fuerte o aún regular que pueda falsear el valor de las flechas, incluso con un hilo bien tensado.

- Cuidar que el hilo tomado no toque ningún obstáculo (balasto, pasto), haciéndolo vibrar, levantándolo desde su punto medio, luego soltándolo.

Efectuar varias lecturas de cada flecha.

- Leer la flecha siempre del lado del hilo más próximo al riel, para evitar un error igual al espesor del hilo.

Nota: La medición de las flechas efectuadas de esta manera, es difícil en algunos casos particulares (P.a N., aparatos de vía, etc.), donde hay obstáculos que no permiten tender bien el hilo. En estos casos conviene utilizar el dispositivo descrito en el Anexo 7, que puede ser igualmente empleado en vía corriente.

Artículo 7.- Colocación de las estacas.

El Centro devuelve la planilla volante (Anexo 1), indicando en la Columna 6 los ripados a efectuar en cada uno de los puntos del riel que llevan una marca provisoria.

El Inspector hace colocar las estacas y fija puntos de referencia provisorios (clavos), a una distancia conveniente, de manera que, después de la ejecución del ripado de la vía, el riel esté a una distancia constante de la referencia elegida (generalmente 1,26 m medido del lado interior del hongo).

Artículo 8.- Medición de las flechas sobre las estacas.

Para efectuar una verificación de las operaciones precedentes y eventualmente un nuevo estudio casi siempre necesario antes de la colocación de la vía en su posición definitiva, se efectúa una segunda medición de las flechas utilizando los puntos de referencia (clavos), colocados sobre las estacas como fue indicado anteriormente.

La medición de las flechas se hace sobre los clavos de la misma manera y con las mismas precauciones descritas en los Artículos 5 y 6. En el curso de esta operación, es importante poner siempre el hilo de nylon del mismo lado de los clavos, generalmente del lado del centro de la curva, cualquiera sea el sentido de la curva (a la izquierda o a la derecha en el sentido del kilometraje).

Esta nueva medición se indica en la Columna 7 de la planilla (Anexo 1), la cual es de nuevo mandada al Centro.

Artículo 9.- Traslado de los clavos de referencia.

Con la segunda medición de las flechas el Centro determina la posición definitiva de los clavos de referencia.

Teóricamente este nuevo estudio no es necesario. Pero prácticamente los pequeños errores de medición de las flechas, sumados a los posibles desplazamientos de la vía entre la primera medición y la colocación de estacas obligan a la ejecución de un nuevo cálculo.

Este cálculo permite determinar los desplazamientos a efectuar en cada punto de referencia y calcular las flechas definitivas. Estos datos son indicados por el Centro en las Columnas 8 y 9 de la planilla (Anexo 1) la cual es posteriormente remitida nuevamente al Inspector de vía.

El Inspector procede al traslado de los clavos según las indicaciones de la planilla. Con el fin de verificación procede a una tercera medición de las flechas, en las condiciones indicadas anteriormente utilizando los nuevos puntos de referencia. Las flechas medidas deben ser iguales a las flechas definitivas indicadas en la Columna 9 de la planilla. Se admite una tolerancia de ± 2 mm en la curva de radio constante y de ± 1 mm en las curvas de transición.

Artículo 10.- Comprobación.

El Inspector establece una planilla de comprobación del modelo que figura en el Anexo 2.

Este acta tiene por objeto principal comprobar el valor exacto de las flechas del

estaqueado y mostrar inmediatamente si éste ha sido ejecutado con precisión satisfactoria.

Las Columnas 6 y 7 sirven para anotar la distancia de los puntos de referencia (clavos) a la vía, sobre todo cuando debido a la presencia de obstáculos, esta distancia cambia a lo largo de una misma curva.

Libreta de curvas del Capataz

Después de la aceptación del acta de comprobación el distrito establece la inclusión de los datos correspondientes para cada curva, en la libreta de curvas del Capataz cuyo modelo figura en el Anexo 3. Esta libreta reproduce las principales indicaciones del acta de comprobación.

La libreta de curva del Capataz permite tener constantemente para cada lugar todos los elementos de comprobación de las curvas y de su estaqueado, mientras que sobre las estacas figura solamente la indicación del número del punto de referencia y el valor del peralte.

Artículo 11.- Alineación de la vía.

Esta última operación de la rectificación de las curvas es realizada por el Capataz y consiste esencialmente en trasladar los puntos de la vía ubicados frente a los puntos de referencia a una distancia constante de los mismos y a continuación a trasladar el centro del arco definido por estos puntos a su ubicación definitiva, mediante una cuerda, empleando el método de $\frac{1}{4}$ de flechas.

Nota: Se recomienda, luego de realizado el trabajo y verificadas las flechas y peraltes sobre el riel, trasladar estas medidas sobre un gráfico como el que se encuentra dibujado en el Anexo 4.

Debe cumplirse la proporcionalidad entre el diagrama de los peraltes y el de las flechas, a efectos de la correcta marcha de los vehículos.

SUB-CAPITULO II

CALCULOS

Artículo 12.- Generalidades.

El cálculo de la rectificación de una curva tiene por objeto determinar:

- Por una parte, las flechas de la curva rectificadora.
- Por otra parte, los ripados de vía a efectuar frente a cada punto de referencia para obtener estas flechas.

Parágrafo 1

Principios teóricos de base utilizados para el estudio de la rectificación de una curva y modo de operar

Artículo 13.- Definición de los diagramas de flechas.

Se lleva sucesivamente en abscisas, a partir del origen, longitudes iguales que representan en una cierta escala, las distancias entre puntos de referencia sucesivos.

Se lleva igualmente en ordenadas, en su **real longitud**, las flechas medidas en la vía en cada punto de referencia como se indicó anteriormente.

Reuniendo los puntos obtenidos, se consigue una línea quebrada que es el diagrama de las flechas. (Anexo 8).

Artículo 14.- Propiedades del diagrama de las flechas.

El cálculo de la rectificación de las curvas está basado en las propiedades siguientes del diagrama de las flechas.

- 1 - El diagrama de las flechas de una curva caracteriza la forma de esta curva y recíprocamente.
- 2 - Para todas las curvas que pasan por dos puntos y tiene la misma tangente en estos puntos, la suma de los términos correctivos¹ tomados entre estos dos puntos es nula y la suma de las acumuladas segundas (1/2 ripado) también es nula, es decir que los diagramas de las dos curvas tienen la misma superficie y el mismo centro de gravedad.
- 3 - El ripado en un punto se obtiene duplicando la acumulada segunda (1/2 ripado) en este punto.
- 4 - Como consecuencia de los ripados, el cambio de orientación de la tangente a una curva frente al punto de referencia *n* es proporcional a la suma de los *n* primeros términos correctivos (diferencia entre las flechas de la curva rectificadas y las de la curva primitiva).

Estas propiedades están demostradas en el Anexo N° 8.

Artículo 15.- Modo de operar.

Los estudios de rectificación de curvas son hechos por el Centro.

Este Centro tiene en su poder:

- La planilla-volante (Anexo 1) cuyas columnas han sido llenadas por el Inspector que ha efectuado la primera medición de flechas.
- Un ejemplar de la planilla de cálculo (Anexo 4) en la cual llenará sucesivamente las columnas a medida que avanza el cálculo.

Es de interés efectuar sucesivamente las operaciones siguientes:

- a) Traslado a la planilla de cálculos (Columnas 1, 2, 3, 4, 5) los datos que figuran en la planilla-volante (Anexo 1).
- b) Trazado del diagrama de las flechas medidas.

Este diagrama es confeccionado con una escala conveniente, en la Columna 5 de la planilla de cálculos.

- c) Esbozo del trazado del diagrama de las flechas futuras.

El diagrama de las flechas de la curva rectificadas es esbozada a lápiz, en la Columna 5 de la planilla de cálculos, teniendo en cuenta las propiedades indicadas en el Artículo 14.

- d) Medición de las flechas transitorias.

Las flechas aproximadas que se propone adoptar para la curva rectificadas son medidas sobre el esbozo del diagrama de las flechas futuras y escritas en la Columna 6 de la planilla.

- e) Cálculo de los términos correctivos o primera diferencia.

Los términos correctivos, que son la diferencia entre las flechas transitorias y las flechas medidas, son calculados y escritos en la Columna 7 de la planilla. El término correctivo es en valor y signo la cantidad algebraica: flecha transitoria - flecha medida.

- f) Cálculo de la suma de las cantidades que figuran en la Columna 7 de la planilla de cálculos (acumuladas primeras o suma de los términos correctivos).

En cada interlínea de la Columna 8 se escribe la suma algebraica (acumuladas primeras) en todos los números de la Columna 7 situados encima de la interlínea considerada.

- g) Cálculo de las acumuladas segundas.

En la Columna 9 de la planilla de cálculos y sobre cada línea se anota la suma algebraica de los números que figuran en la Columna 8 sobre todas las interlíneas situadas encima de la línea

¹ Las expresiones "términos correctivos" (o primera diferencia) y "acumuladas segundas" quedan definidas en el Artículo 15.

considerada.

Para que la curva definida por el diagrama de las flechas futuras pueda sustituir a la curva existente es preciso, en razón de las propiedades 2 y 3 del Artículo 14, que los últimos términos de cada una de las Columnas 8 y 9 de la planilla de cálculo sean nulos.

En general eso no será así, pero si el diagrama de las flechas futuras ha sido trazado con habilidad estos términos serán poco importantes.

Se trata entonces de modificar las flechas transitorias de manera de anular los últimos términos de las Columnas 8 y 9.

h) Anulación de las acumuladas primeras y segundas finales

Modificando de más o menos una unidad el valor de la flecha transitoria se modifica en (+1) o (-1) el último término de la Columna 8 y de más o menos $(1 \times n)$ el último término de la Columna 9, siendo n el número de intervalos existentes entre el punto donde se modifica la flecha y el extremo de la curva.

Es siempre posible, en consecuencia, con modificaciones juiciosas de un cierto número de flechas, anular los últimos términos de las Columnas 8 y 9.

Estas modificaciones son escritas en la Columna 10.

Las acumuladas primeras de la Columna 10 son escritas en las interlíneas de la Columna 11. Las acumuladas segundas (acumuladas de los números de la Columna 11), se escriben sobre cada una de las líneas de la Columna 12 situada debajo de las interlíneas correspondientes a la Columna 11.

i) Cálculo de los ripados

Resulta de la regla enunciada en el Artículo 14 Apartado 3 relativa al valor del ripado a aplicar a la vía frente a cada punto de referencia, que este ripado es dado en medio valor por la suma algebraica de los números escritos sobre la línea correspondiente a este punto de referencia, en las Columnas 9 y 12.

Las sumas algebraicas sucesivas calculadas así (Columna 9 más Columna 12) son escritas en la Columna 13.

Los ripados correspondientes (doble de las sumas precedentes de la Columna 13) son escritos en la Columna 14.

j) Cálculo de las flechas de la curva rectificada

Las flechas de la curva rectificada son iguales a las flechas transitorias escritas en la Columna 6, corregidas de las cantidades que figuran en la Columna 10.

Estas flechas son escritas en la Columna 15.

k) Envío al Inspector de la curva rectificada

Terminado este primer cálculo el Centro llena la Columna 6 de la planilla-volante (Anexo 1) la que es enviada al Inspector para que proceda a la colocación de las estacas (Artículo 7).

l) Segundo cálculo

Un segundo cálculo análogo es realizado sobre una nueva planilla de cálculo cuando el Centro recibe la segunda medición de flechas hechas sobre los puntos de referencia (clavos). Los resultados de este segundo cálculo son escritos en la Columna 8 y 9 de la planilla-volante (Anexo 1).

Cuando el Centro ha terminado su estudio, las mediciones, los cálculos y los resultados son trasladados sobre una hoja de papel transparente milimetrado sobre el cual son trazados los diagramas de la curva: flechas medidas, flechas rectificadas, peralte (este último calculado conforme a las instrucciones de la NT GVO N°3).

Una copia de este documento, pegado al impreso modelo Anexo 5, es enviado al Inspector.

El transparente queda en el Departamento.

En el Anexo 6 se indica esquemáticamente la marcha de la planilla-volante entre el Inspector y el

Centro a lo largo del trabajo de rectificación de una curva.

Parágrafo 2

Instrucciones generales concernientes a la ejecución de los cálculos.

Forma del diagrama de flechas de la curva rectificada

Artículo 16.- Forma general del diagrama de las flechas.

El esbozo de la corrección del trazado de la curva, debe ser estudiado de manera que la curva sea lo más regular posible. Sobre el diagrama de flechas, las curvas de transición (o Enlace Parabólico) deben estar representadas por una recta, salvo los extremos adyacentes a la vía en recta y a la vía en plena curva, que deben ser pequeñas curvas de suavización.

En cuanto a la curva en sí, en el diagrama citado, debe ser tanto como sea posible una recta paralela al eje de las abscisas, lo cual determinará en la vía una curva de Radio Constante.

De no ser así, en lugar de una curva con radio constantemente variable es preferible elegir, en una misma curva, varios arcos de radios diferentes enlazados entre ellos.

Este esbozo de corrección es una operación delicada para la cual es imposible dar reglas absolutas.

Necesita tanteos y modificaciones numerosas del trazado primitivo adoptado por el centro, el que debe tener una gran experiencia de este trabajo y un entrenamiento frecuente para obtener rápidamente resultados satisfactorios.

Un método consiste en compensar sensiblemente, de una y otra parte las superficies comprendidas entre el trazado del diagrama de las flechas medidas y el del diagrama proyectado, a medida que se traza. Esta compensación requiere la reunión de tres superficies elementales sucesivas, donde la suma de las dos extremas, situadas del mismo lado del diagrama proyectado, sea igual a la superficie intermedia situada del otro lado.

Pero hay que tener en cuenta que estas áreas compensadoras pueden superponerse y los diferentes elementos de un grupo pueden sumarse algebraicamente a los de grupos adyacentes.

Los cálculos son conducidos paralelamente al trazado del esbozo con un cierto desplazamiento para asegurarse que no se separa demasiado del trazado inicial con ripados exagerados.

En el curso de este esbozo no se debe pensar en obtener la anulación de las acumuladas primeras y segundas. Si la compensación de superficie ha sido contemplada con cuidado, el último término de cada columna de acumuladas será poco importante.

Artículo 17.- Enlace de la curva obtenida con la recta a continuación de la misma.

Cuando el esbozo del cálculo está terminado se procede a la anulación de las acumuladas primeras y segundas.

La habilidad del Centro consiste en determinar la ubicación de los términos correctivos que deben ser añadidos a ciertas flechas y destinados a anular la acumulada primera final, sin introducir defectos sensibles en el diagrama, y por otra parte, a reducir o anular si es posible la acumulada segunda final, de manera que la anulación de ésta pueda hacerse entonces muy fácilmente.

Artículo 18.- Reducción de los ripados obtenidos.

Es importante reducir al mínimo los ripados a efectuar en la vía de manera de afectar en lo mínimo posible su asiento.

En ciertos casos es necesario limitar o anular el ripado en un punto o en un sector más o

menos extenso para respetar el gálibo o puntos fijos.

Eso se obtiene por medio de retoques del valor de las flechas situadas de una y otra parte de los sectores o puntos donde los ripados son excesivos.

Con este objeto en primer grupo de términos correctivos, repartidos antes de la zona considerada, y teniendo una suma nula, es equilibrado, del otro lado de esta zona, por un grupo equivalente y de sentido contrario, de manera que, de una y otra parte del conjunto de los dos grupos, las acumuladas primeras y segundas, y en consecuencia los ripados, no son modificados.

El signo del primer término del primer grupo es elegido de manera de dar acumuladas segundas de signo contrario al del ripado a reducir.

Además hay que tener en cuenta una cierta habilidad para determinar el valor y la ubicación de los términos correctivos, sin perjudicar la regularidad del diagrama, en particular en el caso de ripados nulos u obligados en uno o varios puntos de la curva. En frente de los puntos de referencia ubicados en puntos fijos (puentes con tramo metálico, aparatos de vía, pasos a nivel), es de interés que las dos acumuladas sean iguales a cero; la primera para no cambiar la orientación de la vía, la segunda para no tener ripado. De no tener esta doble precaución, podrían resultar trabajos a veces importantes (entallado de longarinas de puentes, ripados de vías de acceso a los aparatos de vía, demolición y reconstrucción de calzadas de paso a nivel), que es de interés evitar.

Para obtener este resultado, se puede considerar la curva a rectificar como una sucesión de curvas independientes limitadas por un punto fijo por una recta, y proceder sucesivamente a la regularización de estas partes de curvas. Pero hay que tener cuidado en enlazar bien estas curvas entre ellas.

Artículo 19.- Pendiente máxima de los diagramas de las flechas de la curva rectificada.

La pendiente del diagrama de las flechas, proporcional a la variación de la curvatura debe ser en todo punto inferior a un límite máximo.

Este límite es función del coeficiente de peralte adoptado.

El cuadro siguiente da la diferencia entre 2 flechas sucesivas para cuerdas de 20 m en función del coeficiente de peralte y de la variación de peralte (en mm por metro de vía).

VARIACION DE FLECHAS PARA CURVAS DE TRANSICION									
VARIACION DE PERALTE EN mm/m Ap/AI	COEFICIENTE DE PERALTE "C"								
	30	45	60	75	90	105	120	135	150
1	16,6	11,1	8,3	6,6	5,5	4,8	4,1	3,7	3,3
1,5	25,1	16,6	12,5	10	8,3	7,1	6,2	5,5	
2	33,3	22,2	16,6	13,3	11,1	9,5	8,3		
2,5	41,6	27,7	20,8	16,6	13,8	11,9	10,3		
3	50	33,2	25	20	16,6	14,2	12,4		

Artículo 20.- Curvas enlace de suavización.

Para evitar perturbaciones en los movimientos de los vehículos en ciertos puntos característicos de las curvas (puntos de tangencia con las rectas, comienzo y fin de la curva circular, enlace entre arcos de radios diferentes) el diagrama de flechas debe presentar, en estos puntos, pequeñas curvas de enlace en lugar de ángulos.

Consideremos el caso de una curva de transición, donde la curvatura varía linealmente

desde su origen y no posee curvas de enlace de suavización. El diagrama de la curvatura real (Figura 1) presenta un ángulo en el origen del enlace.

Pero las flechas medidas en la mitad de las cuerdas cuya extremidad se encuentra en la recta y la otra en la curva de transición no son las flechas exactas en los puntos considerados, sino flechas medias correspondientes a una curvatura intermedia entre las de las dos extremidades de cada cuerda (Figuras 2 y 3).

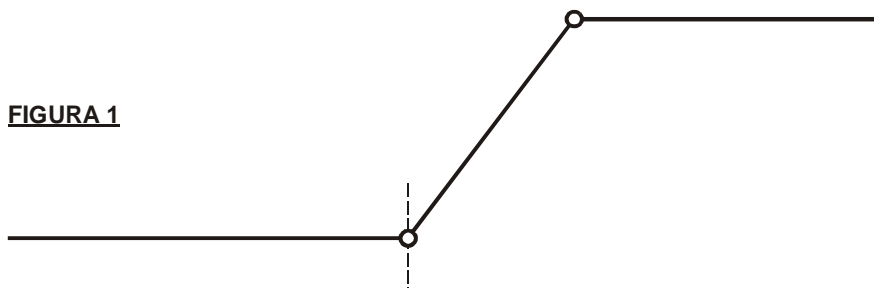


FIGURA 2
FLECHAS EN EL EXTREMO
DEL ENLACE PARABOLICO

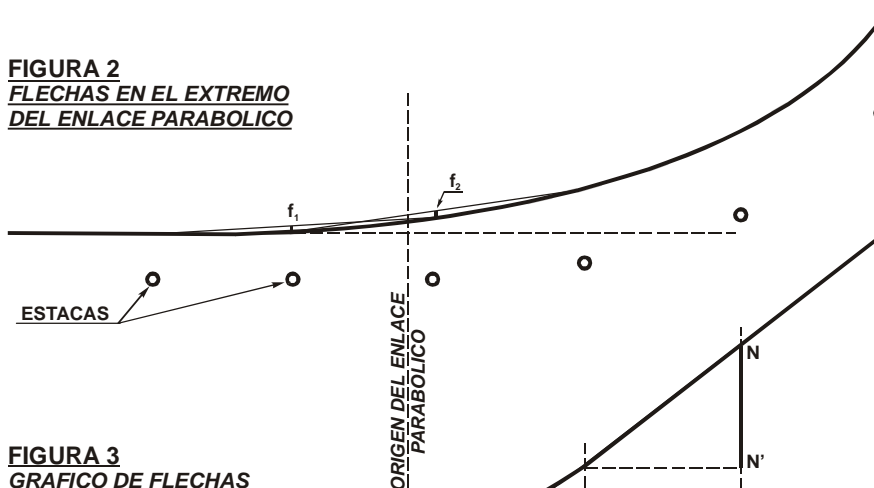
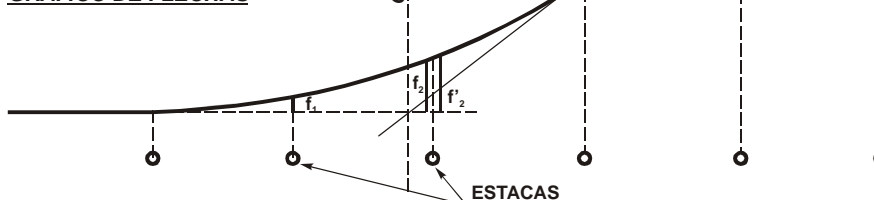


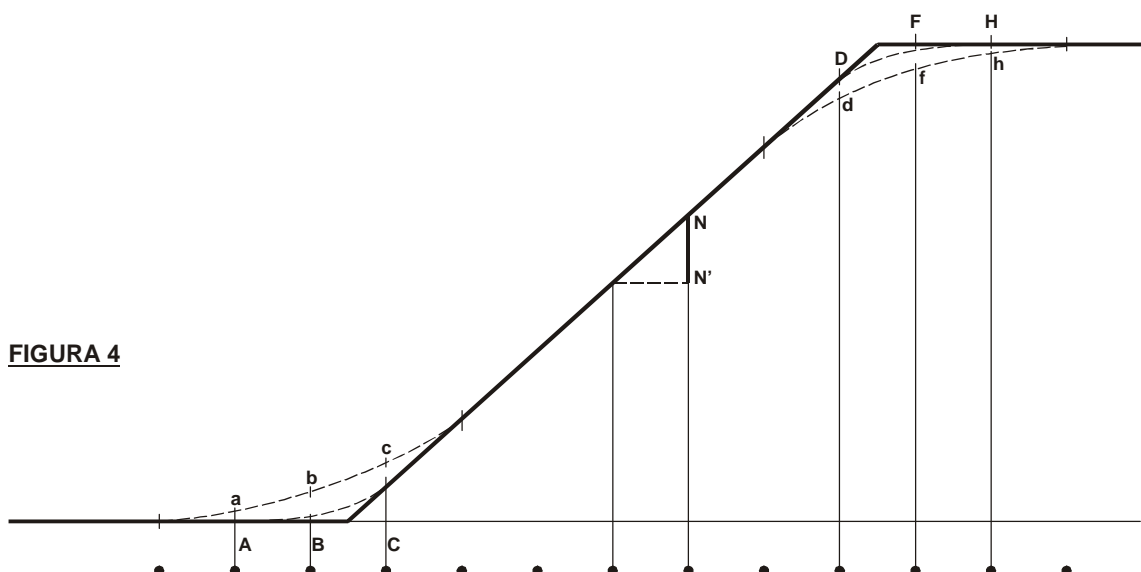
FIGURA 3
GRAFICO DE FLECHAS



f_1 y f_2 = Flechas medidas
O y f'_1 y f'_2 = Flechas reales

Según la posición del origen de la curva de transición en relación a los puntos de referencia donde se miden las flechas, la suma de las diferencias entre las flechas medidas y las flechas reales puede tener un valor $\frac{NN'}{6}$, siendo NN' la variación de flechas entre dos puntos de referencia consecutivos elegidos en la curva de transición, es decir la inclinación de la pendiente del diagrama de la curva de transición. Luego si se quiere obtener curvas de enlace de suavización reales en las extremidades de las curvas de transición se debe dar a esta suma un valor superior a $\frac{NN'}{6}$. Como consecuencia de la proporcionalidad del peralte a la curvatura la introducción de curvas de enlace de suavización mejora el perfil longitudinal de la fila exterior de la curva, evitando un ángulo en el diagrama de los peraltes.

Para que la suavización de la variación de la curvatura y por consiguiente la del peralte sea suficiente, se admite que las curvas enlace de suavización deben ser tales que $Aa + Bb + Cc$ y $Dd + Ff + Hh$ sean por lo menos iguales a $\frac{NN'}{6}$ (Figura 4).



Parágrafo 3

Calculador mecánico múltiple

Artículo 21.- Principio y empleo.

Este aparato permite la corrección de las curvas sin ningún cálculo. El principio del mismo es el siguiente:

Todo desplazamiento transversal de un punto de referencia modificando la flecha correspondiente de un valor igual a d se traduce por una variación de $\frac{d}{2}$ en sentido contrario para cada una de las flechas vecinas.

El aparato realiza mecánicamente la corrección de las curvas por el método de los grupos compensadores aplicado a grupos de 3 puntos consecutivos.

Sobre el aparato los puntos de referencia de la curva están indicados por Indices, solidarios de tuercas que se trasladan a lo largo de vástagos roscados movidos por una manivela movable. Cada vástago roscado tiene en su extremo una rueda dentada de n dientes que mueve los dos vástagos roscados vecinos por medio de una rueda de $2n$ dientes.

Un engranaje especial, movido por la manivela, permite registrar sobre un contador los desplazamientos de las tuercas y en consecuencia de los índices que se trasladan sobre los vástagos roscados.

Los índices se trasladan enfrente de reglas graduadas en milímetros que permitan leer los valores de las flechas correspondientes.

La descripción del Método y del Aparato, soluciones a problemas y ejemplos que se pueden plantear, cálculos de nuevos trazados, etc., son expuestos en la **Instrucción Técnica V.O. N° 102** Titulada **“Rectificación del trazado de vías en curvas mediante el calculador mecánico múltiple”**.

CAPITULO 2

CONSERVACION DEL TRAZADO DE LAS CURVAS

Artículo 22.- Generalidades.

El trazado de las vías, y particularmente el de las vías en curva debe ser verificado en principio en ocasión de proceder a una nivelación y siempre en el sector de revisión integral previsto para el año siguiente.

Las vías pueden, en efecto, desplazarse con relación a los puntos de referencia, y además, algunas estacas pueden también desplazarse.

Debe entonces antes de poner la vía a la distancia deseada de los puntos de referencia, rectificar si es preciso la posición de éstos.

Artículo 23.- Verificación y rectificación del trazado de las curvas en el curso de la conservación.

El Inspector efectúa en las condiciones indicadas en el artículo precedente la medición de las flechas sobre los puntos de referencia o sobre el riel exterior.

Si las flechas son muy diferentes de las que figuran en la planilla de comprobación final (Anexo 2), conviene efectuar una rectificación de curva como ya se ha dicho en el Capítulo 1.

Generalmente las flechas corresponden a las que figuran en la planilla de comprobación, la más de las veces hay solamente algunas flechas que han cambiado.

En la mayoría de los casos se trata de defectos locales y no es preciso hacer un nuevo estudio de la rectificación de curvas. Sencillas rectificaciones locales son suficientes.

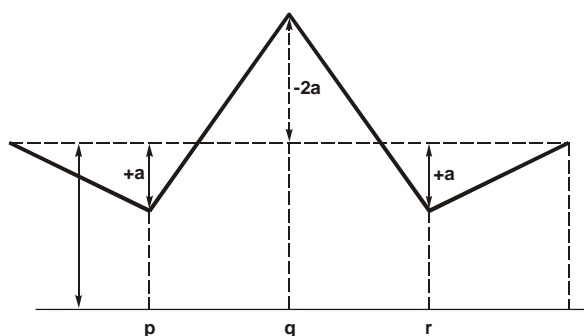
Los cálculos son efectuados por el Departamento pero éste puede autorizar al Jefe del Distrito a efectuar estas correcciones utilizando el método expuesto en el artículo siguiente.

Artículo 24.- Método de los grupos compensadores.

a) Principio del método.

Considerando el diagrama de las flechas medidas por el Inspector, los defectos en las flechas precedentemente indicados se traducen por irregularidades del diagrama.

Sea, por ejemplo, una irregularidad de flechas representada en el diagrama siguiente:



Es posible corregir este defecto efectuando en frente del punto de referencia **q** un ripado igual **+2a**.

En efecto, las correcciones a realizar a las flechas en frente a los puntos **p**, **q**, **r** para restablecer una flecha constante o igual a **F** son respectivamente:

$$p : +a$$

$$q : -2a$$

$$r : +a$$

Calculando las acumuladas primeras y segundas de estas diferencias resulta:

Puntos de referencia	Diferencias	Acumuladas Primeras	Acumuladas Segundas	Ripados
p	+a		0	0
q	-2a	+a	+a	+2a
r	+a	-a	0	0

El grupo de términos correctivos **+a**, **-2a**, **+a**, conduce a efectuar un ripado único igual a **+2a** frente al punto de referencia **q** que no tiene ninguna repercusión sobre la parte siguiente del diagrama.

b) Ejemplo de grupos compensadores.

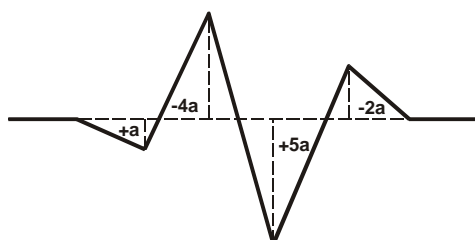
Un cierto número de defectos hallados frecuentemente en los diagramas de flechas pueden ser corregidos de esta manera sin dificultades por medio de grupos compensadores. Los ripados que resultan son lo más reducido posible e interesan una longitud de vía mínima.

LOS DEFECTOS SIGUIENTES	SON CORREGIDOS POR APLICACION DE LOS GRUPOS COMPENSADORES SIGUIENTES:			CONducEN A LOS RIPADOS SIGUIENTES:
		ACUMULADAS PRIMERAS	ACUMULADAS SEGUNDAS	
	+a	+a	+a	+2a
	-a	0	+a	+2a
	-a	-a	0	
	+a	0		
	+a	+a	-a	+2a
	-3a	-2a	-a	-2a
	+3a	+a	0	
	-a	0		
	+a	+a	+a	+2a
	-2a	-a	0	
	0	-a	-a	-2a
	+2a	+a	0	
	-a	0		

Estos defectos pueden presentarse invertidos; entonces será suficiente cambiar el signo de todos los términos del grupo a emplear.

Es fácil imaginar nuevos grupos compensadores. Se puede en particular obtenerlos compensando entre ellos varios grupos precedentes.

Por ejemplo el defecto siguiente:



Podrá ser corregido por la superposición de los grupos compensadores siguientes:

			Acumuladas		Ripados
			1a.	2a.	
$\left. \begin{matrix} -a \\ +2a \\ -a \end{matrix} \right\}$ y $\left. \begin{matrix} +a \\ -3a \\ +3a \\ -a \end{matrix} \right\}$	que dan el nuevo grupo Compensador	$\left\{ \begin{matrix} +a \\ -4a \\ +5a \\ -2a \end{matrix} \right.$	$\begin{matrix} +a \\ -3a \\ +2a \end{matrix}$	$\begin{matrix} +a \\ -2a \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} +2a \\ -4a \end{matrix}$

Nota: Los ejemplos precedentes permiten obtener, en lugar de los defectos constatados una flecha rigurosamente constante.

En la práctica, se podrá obtener una flecha aproximadamente constante (1 o 2 mm más o menos) lo que aumenta considerablemente el dominio de aplicación de los grupos compensadores y permite resolver por este método todos los casos de rectificaciones locales que puede encontrar el Jefe de Distrito.

Artículo 25.- Realización de las correcciones en la vía.

Calculados los ripados a efectuar sobre ciertos puntos de referencia, según el método de los grupos compensadores se procede al traslado de estos puntos de referencia.

El inspector se asegura por una nueva medición que la flecha prevista por cálculo, está bien realizada sobre el estqueo y modifica si es preciso el acta de comprobación relativa a la curva considerada, comunicándolo al Departamento Centro a través del Distrito.

LINEA DE A
 ELECTRIFICACION DEL KM AL KM
 REGION:
 ZONA:
 DISTRITO:
 INSPECTORIA:
 CURVA N°
 RADIO NOMINAL: { ASCENDENTE m
 DESCENDENTE m

ES COPIA
Mónica Bellocchio – Gerencia de Seguridad - CNRT

REGION:

LINEA DE A

ELECTRIFICACION DEL KM AL KM

ZONA: _____

CURVA N°.....

A
D
U

DERECHA
IZQUIERDA

COEFICIENTE UTILIZADO PARA
EL CALCULO DE PERALTE

ASC.
DESC.
UNICA

DISTRITO:

DISTANCIA ENTRE EJES DE LAS VIASm

TOMADO POR EL INSPECTOR:

FECHA:

Vº Bº JEFE DISTRITO:

FECHA:


V° B° JEFE ZONA:

FECHA:

V°B° JEFE DEPARTAMENTO:

FECHA:

ANEXO 3



VIA Y OBRAS

LIBRETA DE CURVAS DEL CAPATAZ

REGION:
 ZONA: DISTRITO:
 INSPECTORIA:
 CUADRILLA N° ASIENTO:
 LINEA O RAMAL:
 CURVA COMPRENDIDA ENTRE KM Y KM
 FECHA DE VERIFICACION DE LAS FLECHAS:
 POR QUIEN:

DISTANCIA ENTRE ESTACAS: 10 m

PARA ALINEAR LA VIA, LA DISTANCIA DE LA VIA A LOS PUNTOS DE REFERENCIA DE LAS ESTACAS SE MEDIRA CON LA REGLA DE ALINEACION Y NIVEL.

ENTRE LOS DATOS DE CADA CURVA SE DEJARA UN ESPACIO MINIMO DE CUATRO RENGLONES DE SEPARACION. DE SER NECESARIO SE AMPLIARA ESTE ESPACIO PARA EFECTUAR LAS OBSERVACIONES SI LAS HUBIERE.

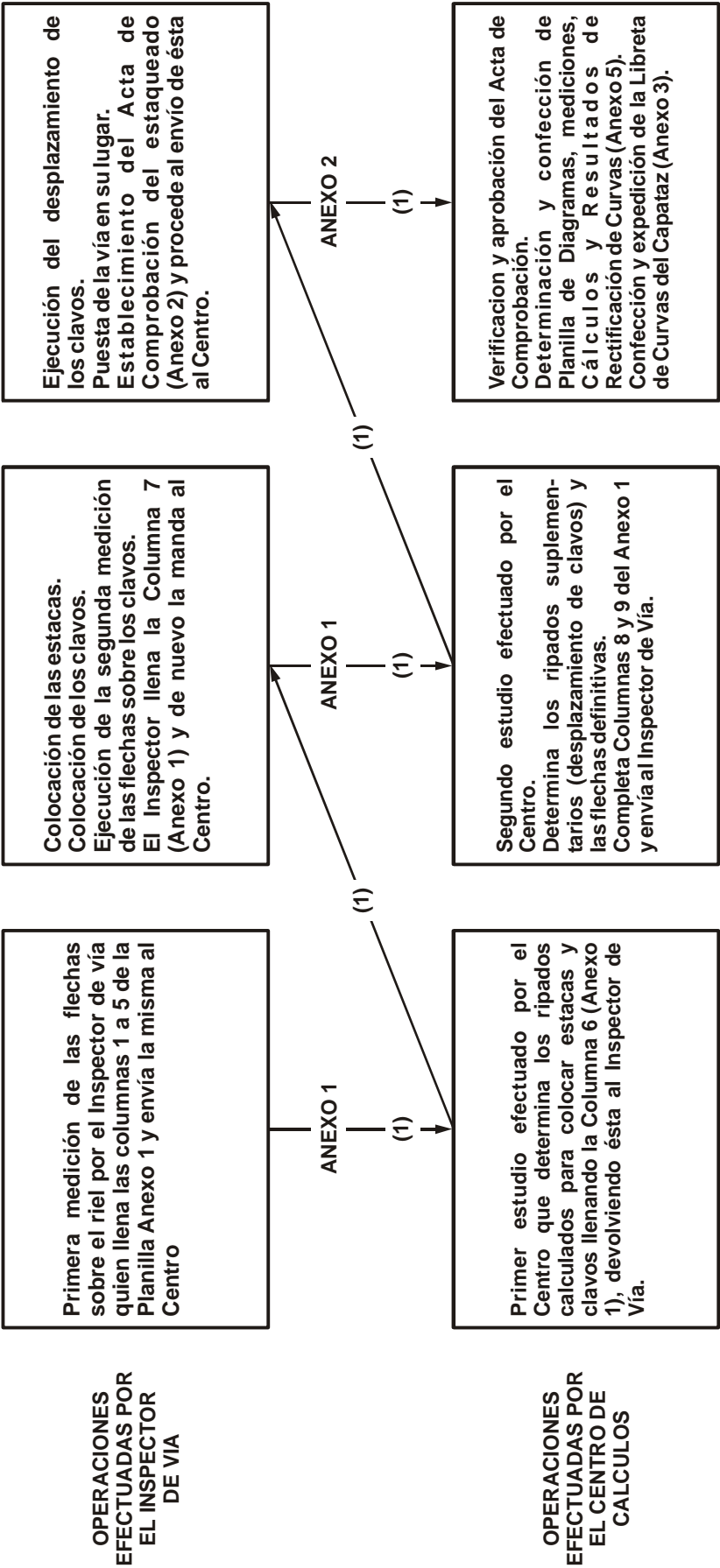
N.T.V.O. N° 4 DEL 12/72

[illegible]

ES COPIA
Mónica Bellocchio – Gerencia de Seguridad - CNRT

ANEXO 6

ORDEN DE LAS OPERACIONES DE RECTIFICACION DE UNA CURVA Y PASOS SUCEIVOS DEL PROCESAMIENTO DE LA DOCUMENTACION ENTRE EL INSPECTOR Y EL CENTRO DE CALCULO



(1) A y del Centro de Cálculos por intermedio del ordenamiento administrativo existente.

ANEXO 8

DISPOSITIVO QUE PERMITE EFECTUAR LA MEDICION DE LAS FLECHAS SOBRE EL RIEL

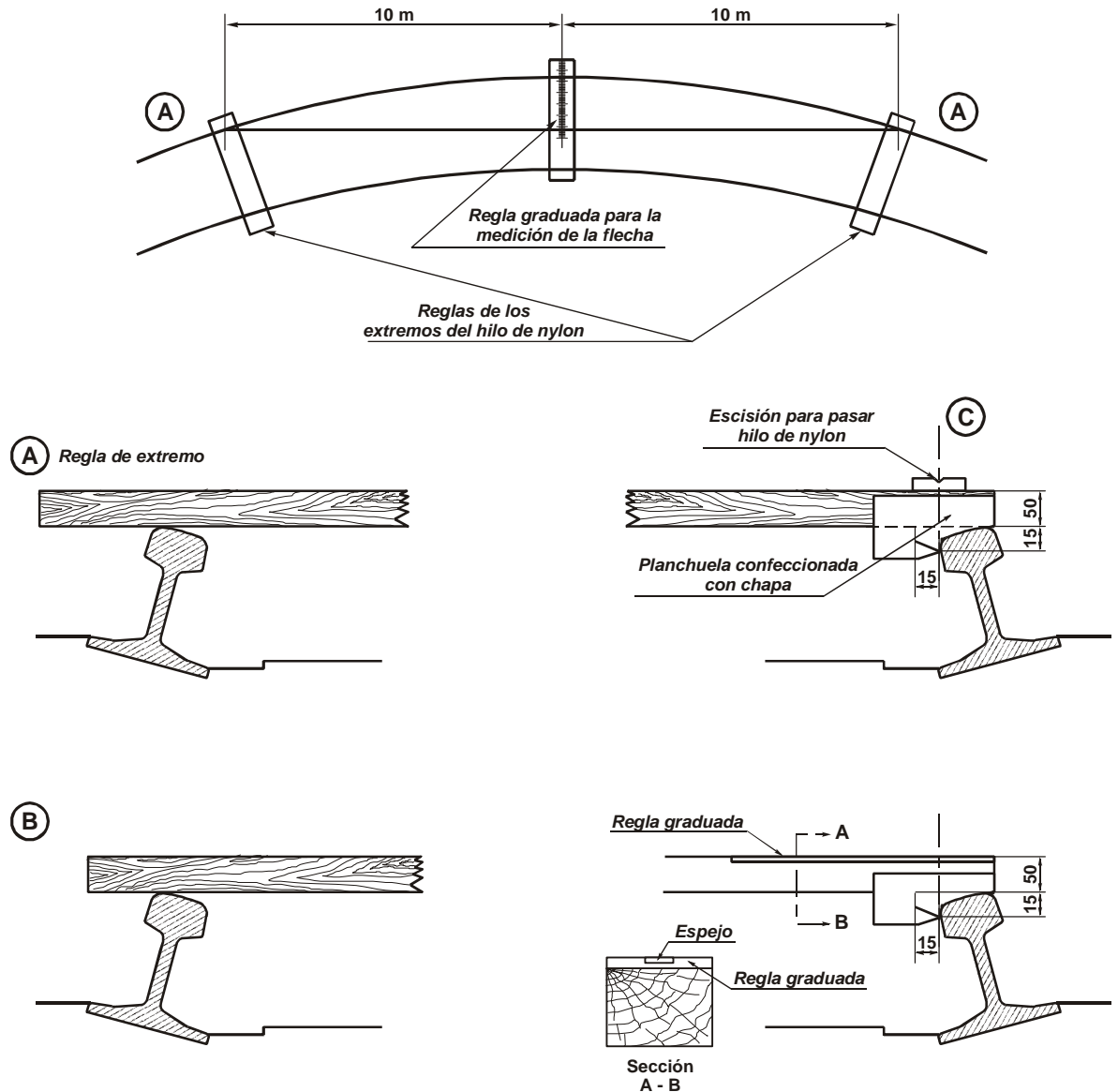


FIGURA 1

REGLA QUE PERMITE LA MEDICION DE LA FLECHA

El dispositivo consiste en lo siguiente:

Dos reglas de extremo **A** de madera de 50 mm x30 m en uno de cuyos extremos tiene un dispositivo **C** confeccionado con P.V.C. que permite introducir el hilo de nylon con el cual se medirá la flecha en el centro de la cuerda.

La escisión que posee esta placa debe ser hecha de manera que su filo exterior coincida verticalmente con el pico de la chapa donde se mide la trocha y la flecha en la cabeza del riel para que no exista error en dicha medida.

La regla **B** que permite medir la flecha en el centro de la cuerda lleva una regla graduada en un extremo, cuyo cero coincide en vertical con el punto del riel donde se mide la flecha y la trocha de la

ANEXO 8

vía.

CONFECCION DE LAS ESTACAS PARA CURVAS

- 1) En sectores donde no hay posibilidad de depredaciones (robos, deterioros, etc.), la estaca a utilizar será dispuesta con Plano G.V.O. 418.

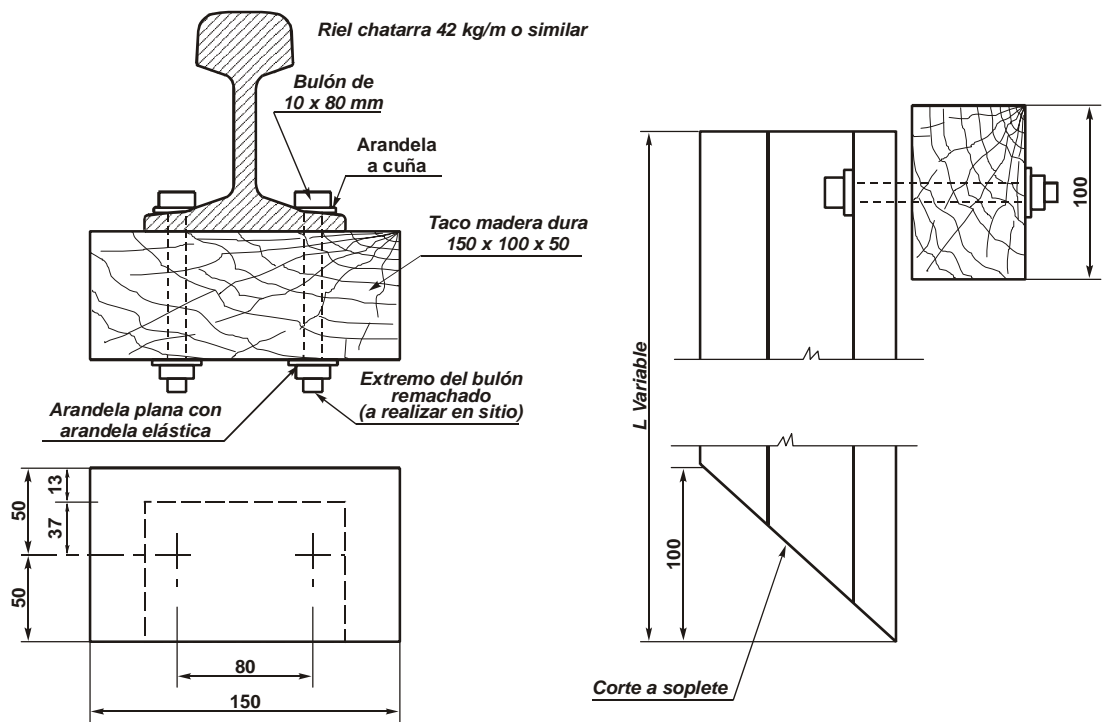


FIGURA 2

- 2) En sectores donde no se cumplan las condiciones del Punto 1, las estacas se confeccionarán con medios durmientes, colocando la parte aserrada superiormente y la intersección de los ejes del mismo en la posición aproximada que corresponderá al clavo de referencia, o sea a 1,26 m de la marca del riel frente a la estaca. Tomado del lado interior del hongo.

PINTURA DE LOS TACOS DE LAS ESTACAS

En recta: BLANCO

En curva de transición: ROJO, excepto los extremos que serán como se indica en la Figura 3 para indicar comienzo y fin de la misma.

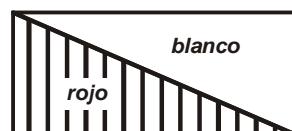


FIGURA 3

En curva circular: BLANCO

NOTA IMPORTANTE:

Altura de las estacas

ANEXO 8

Con motivo del paso de equipos mecánicos como guadañadoras, etc., que pueden afectar a las estacas en cuanto a la precisión de sus referencias, se establece que los tacos de las mismas en el caso 1) o los durmientes en el caso 2), no podrán superar los 5 cm por encima del nivel del riel de la curva como se indica en la Figura 4.

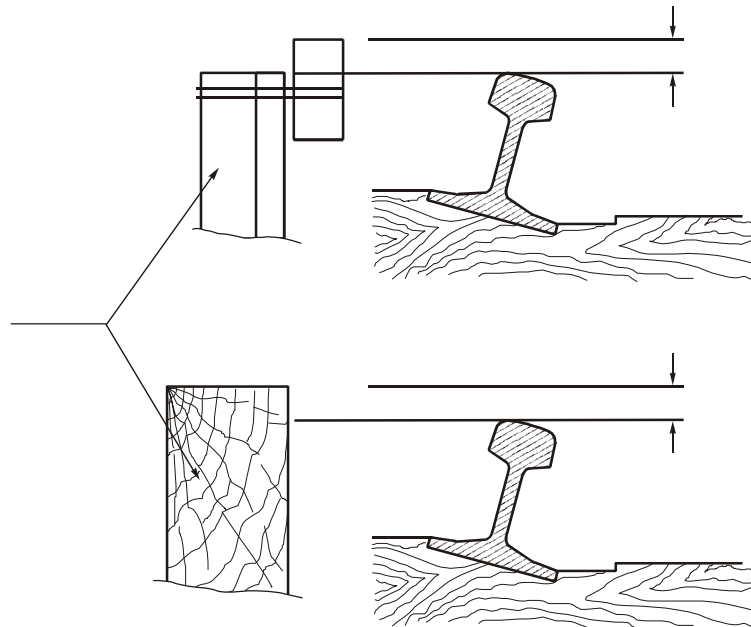
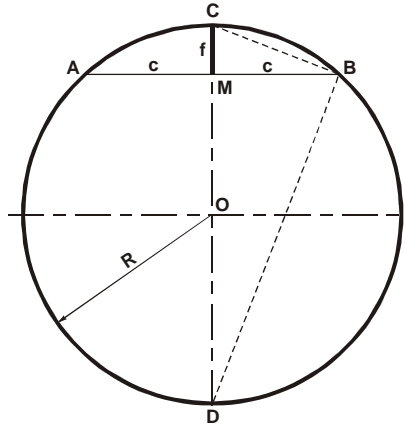


FIGURA 4

ANEXO 8

REPASO DE FORMULAS

a) Relación entre la flecha y la curva:



En una circunferencia de centro **O** y radio **R**, se traza la cuerda **AB = 2c**, siendo **M** el punto medio de dicha cuerda.

El diámetro trazado **CMOD** es perpendicular a la cuerda **AB**, en el punto **M**, resultando la flecha:

$$f = MC$$

Por semejanza de triángulos:

$\triangle CMB \approx \triangle BMD$ se tiene:

$$\frac{CM}{MB} = \frac{MB}{MD} \therefore CM \times MD = MB \times MB$$

Reemplazando valores: **CM = f** ; **MD = (2R - f)**

$$\text{Luego: } c^2 = f \times (2R - f) = 2Rf - f^2$$

En ferrocarriles, los radios de las curvas son muy grandes en relación a las flechas, pues se utilizan cuerdas de 20 m, pudiendo despreciar el término f^2 .

Se tiene pues:

$$c^2 = 2Rf$$

$$\text{o } f = \frac{c^2}{2R}$$

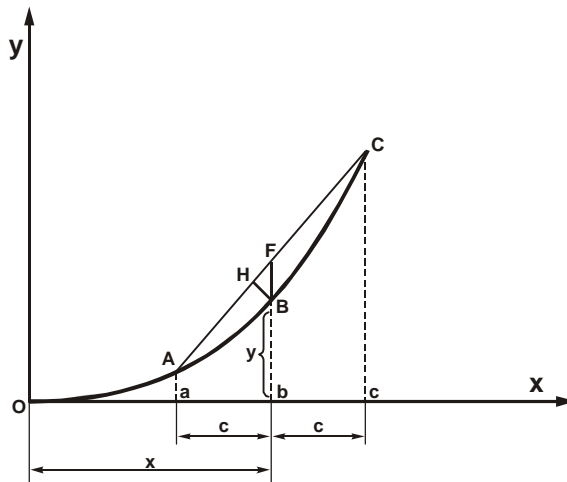
para cuerdas de 20 m, **c = 10 m**. Resulta:

$$f = \frac{10 \times 10}{2R}$$

ANEXO 8

$$f = \frac{50}{R}$$

b) Flecha en el enlace parabólico:



La ecuación de la parábola cúbica es, en coordenadas cartesianas ortogonales:

$$y = \frac{x^3}{6RL}$$

Donde:

L = es la longitud del enlace parabólico y

R = radio de la circunferencia.

Consideremos tres puntos **A**, **B** y **C**, tales que:

$$ab = bc$$

Prácticamente la cuerda \overline{AC} , puede ser confundida en longitud con su proyección:

$$\overline{ac} = 2c$$

Consecuentemente \overline{BH} , puede ser considerada una cantidad despreciable, casi igual a \overline{BF} , que será la flecha con respecto a la cuerda \overline{AC} .

En el trapecio $aACc$, cuya base media es \overline{bF} , se tiene:

$$bF = \frac{Aa + Cc}{2}$$

Por otra parte la flecha \overline{BF} es:

$$BF = bF - bB = \frac{Aa + Cc}{2} - y \quad (1)$$

ANEXO 8

Para los tres puntos **A**, **B**, **C**, la ecuación $y = \frac{x^3}{6RL}$ da:

$$Aa = \frac{\overline{Oa}^3}{6RL} = \frac{(x - c)^3}{6RL}$$

$$Bb = \frac{\overline{Ob}^3}{6RL} = \frac{x^3}{6RL}$$

$$Cc = \frac{\overline{Oc}^3}{6RL} = \frac{(x + c)^3}{6RL}$$

Reemplazando en igualdas (1), resulta:

$$BF = \frac{(x - c)^3 + (x + c)^3}{12RL} - \frac{x^3}{6RL} = \frac{c^2 x}{2RL}$$

La flecha de la curva circular a enlazar, medida sobre una cuerda **2c**, está dada por:

$$f = \frac{c^2}{2R}$$

Donde se obtiene que:

$$\overline{BF} = \frac{c^2 x}{2RL} = f \times \frac{X}{L} \quad \boxed{\overline{BH} \cong \overline{BF} = f \times \frac{X}{L}}$$

Es decir que la flecha en un punto de la parábola cúbica es proporcional a la abscisa **x** de ese punto ($\frac{f}{L}$ es una cantidad constante). Para una abscisa **2x**, **3x**, la flecha es doble, triple de la correspondiente **x**.

La ecuación de \overline{BF} , es lineal.

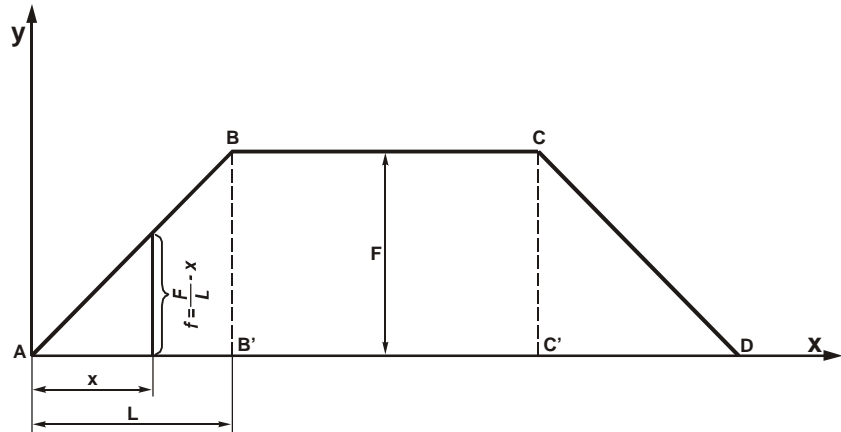
DIAGRAMA DE LAS FLECHAS

En una circunferencia perfectamente trazada, y unida a una recta mediante un enlace parabólico igualmente perfecto, el diagrama de las flechas se presentará de la manera siguiente:

La parte circular, por una paralela a la línea de base **X**, o eje **X**, a una distancia **F** de esta línea.

El enlace poarabólico por una recta **AB** o **CD** de Coeficiente angular $\frac{F}{L}$

ANEXO 8



PENDIENTE MAXIMA DEL DIAGRAMA DE LAS FLECHAS DE LA CURVA RECTIFICADA

La pendiente del diagrama de las flechas, proporcional a la curvatura, debe ser en todo punto inferior a un límite máximo.

Entre dos estacas espaciadas en e , la variación de la flecha está expresada por:

$$\text{Variación de las flechas} = \frac{F}{L} \times e$$

pero L (longitud del enlace parabólico), es función del coeficiente del peralte adoptado (c) y de la variación de peraltes.

$$\text{Longitud de la Curva de Transición } L = \frac{P}{\frac{\Delta P}{\Delta L}} \quad \begin{array}{l} \text{(Peralte adoptado)} \\ \text{(Variación de peralte)} \end{array}$$

$$\text{pero el peralte } P = \frac{C}{R} \quad \begin{array}{l} \text{(Coeficiente de peralte)} \\ \text{(Radio de la curva)} \end{array}$$

$$\text{por otra parte la flecha } F = \frac{c^2}{2R} \quad \begin{array}{l} (c = \frac{1}{2} \text{ cuerda}) \\ \text{(Radio de la curva} = R) \end{array}$$

La variación de las flechas resulta entonces:

$$\text{Variación de las flechas} = \frac{F}{L} \times e = \frac{\frac{c^2}{2R}}{\frac{P}{\frac{\Delta P}{\Delta L}}} \times e = \frac{\frac{c^2}{2R}}{\frac{C}{R \times \frac{\Delta P}{\Delta L}}} \times e = \frac{c^2}{2C} \times \frac{\Delta P}{\Delta L} \times e$$

Pero e (distancia entre estacas) es igual a c (1/2 cuerda).

Se obtiene finalmente:

ANEXO 8

$$\text{Variación de las flechas} = \frac{e^3}{2C} \times \frac{\Delta P}{\Delta L}$$

Para distancias de 10 m entre estacas se tendrá:

$$\text{Variación de las flechas} = \frac{10^3}{2C} \times \frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{500}{C} \times \frac{\Delta P}{\Delta L}$$

En el Artículo 19 de la **Noticia Técnica N°4**, se ha incluido un cuadro con los valores de la variación de flechas para cuerdas de 20 m (distancia entre estacas de 10 m), en función del coeficiente de peralte **C** y de la variación del peralte $\frac{\Delta P}{\Delta L}$.

DETERMINACION DEL PERALTE, FRENTE A CADA ESTACA DE LA CURVA EN FUNCION DE LA FLECHA

Cuando la curva ha sido rectificadas, es interesante indicar frente a cada estaca, el peralte a aplicar.

El peralte está dado por la fórmula:

$$P = \frac{C}{R}$$

Ahora bien:

$$\text{Como } f = \frac{c^2}{2R} \quad \text{resulta: } R = \frac{c^2}{2f}$$

$$\text{El peralte resulta: } P = \frac{C}{\frac{c^2}{2f}} = \frac{2Cf}{c^2}$$

Para **C** (1/2 cuerda) de 10 m es:

$$P = \frac{2Cf}{100}$$

C =	30	45	60	75	90	105	120	135	150
P =	0,6f	0,9f	1,2f	1,5f	1,8f	2,1f	2,4f	2,7f	3f

ANEXO 8

**PRINCIPIOS DEL METODO DE LA REGULARIZACION DE CURVAS POR
CORRECCION DE LAS FLECHAS**

En el Artículo 12 de la **Norma Técnica N°4**, se vio que:

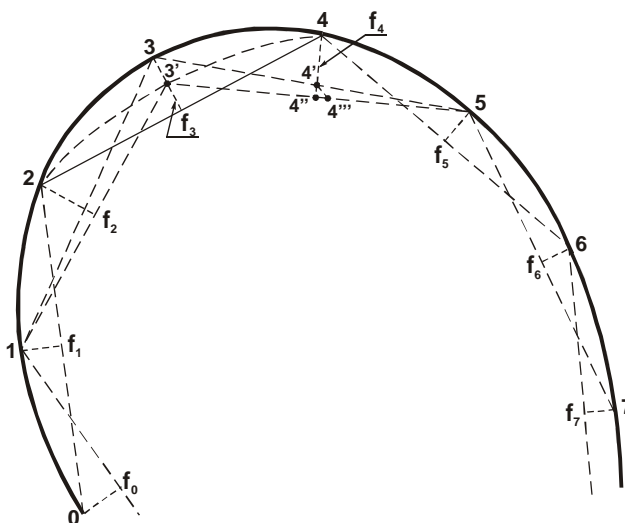
- 1 - El diagrama de las flechas de una curva caracteriza la forma de esta curva y recíprocamente y
- 2 - Para todas las curvas que pasan por dos puntos y tienen la misma tangente en estos puntos, la suma de los términos correctivos tomados entre estos dos puntos es nula y la suma de las acumuladas segundas (medio ripado), también es nula, es decir que los diagramas de las dos curvas tienen una misma superficie y el mismo centro de gravedad.

Sea un sistema de flechas $f_0, f_1, f_2 \dots f_n$, al cual se lo requiere sustituir por otro sistema (en general más regular), $f'_0, f'_1, f'_2 \dots f'_n$, sin modificar las flechas precedentes y siguientes, la operación será posible:

- 1) **Si la suma de las flechas no varía**
- 2) **Si el ripado en la estaca n es nulo**

Sea una curva en la cual se han medido las flechas en los puntos **0, 1, 2, 3, 4, 5** sobre cuerdas cruzadas de Longitud **2c**.

Si en el punto **3**, por ejemplo, se desplaza la curva en la cantidad **r** (ripado) hacia el centro de la curva sin tocar los puntos **2** y **4**, la cuerda **2-4** queda fija y la flecha primitiva **f3** **disminuye de r**. Las cuerdas **1-3** y **3-5** pasan a **1-3'** y **3'-5**, de manera que las flechas **f2** y **f4** **aumentan** respectivamente el valor de los segmentos **2'2''** y **4'4''**.



Pero en las curvas de gran radio, $\overline{2'2''}$ es igual sensiblemente a $\overline{2'2'''}$, que es paralela a $\overline{33'}$, e igual a la mitad de este segmento (semejanza de triángulos). Igual ocurre con $\overline{4'4''} = \overline{4'4'''}$ que es paralela a $\overline{33'}$ e igual a la mitad de éste.

Resulta pues:

$$\overline{2'2'''} = \overline{4'4'''} = \frac{\overline{33'}}{2} = \frac{r}{2}$$

Las flechas **f2** y **f4** **aumentan en $\frac{r}{2}$** . Las flechas en los puntos **1** y **5** no sufren modificación.

ANEXO 8

Por convención:

Los ripados + (positivos), son ripados hacia el centro de la curva.

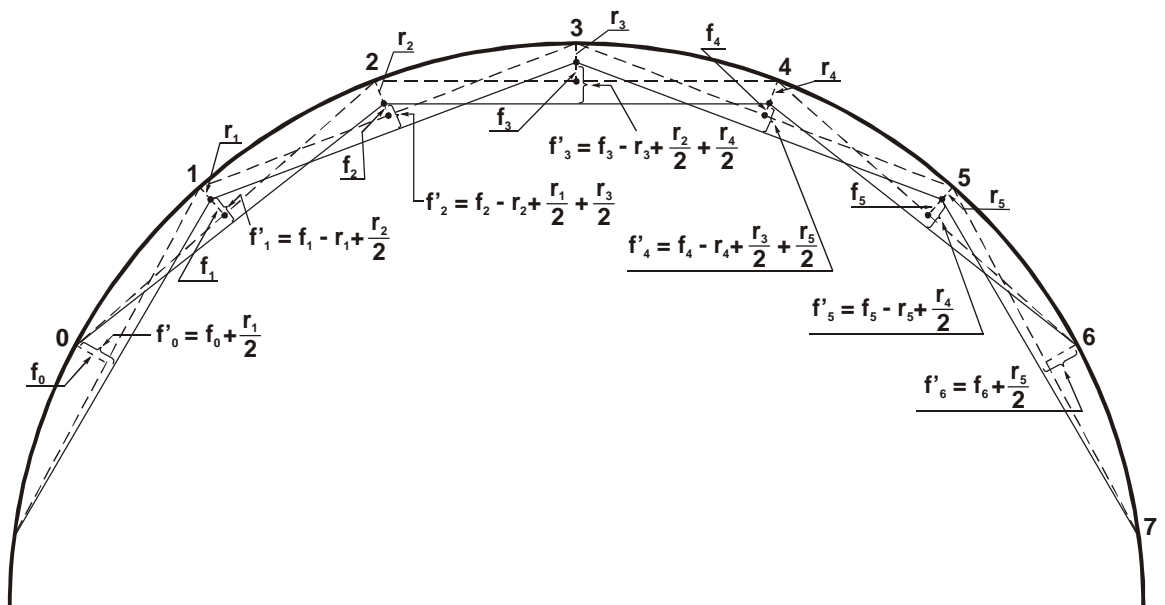
Los ripados - (negativos), son ripados hacia el exterior de la curva.

En resumen, queda demostrado que:

Si se **aumenta** (ripado -) o si **disminuye** (ripado +) una flecha en un punto cualquiera, de una cantidad r , la flecha precedente y la siguiente, varían en sentido inverso, es decir disminuyen o aumentan en una cantidad de $\frac{r}{2}$.

Si se hace una sucesión de ripados en los puntos **1, 2, 3, 4 y 5** quedando fijos los puntos **0 y 6**, las mismas variaciones se constatan sobre tres (3) flechas consecutivas y el conjunto de operaciones se traduce de la manera siguiente:

(Para simplificar la demostración se toman ripados (+)).



Apliquemos por ejemplo:

- Un ripado r_1 hacia el interior en **1**
- Un ripado r_2 hacia el interior en **2**
- Un ripado r_3 hacia el interior en **3**
- Un ripado r_4 hacia el interior en **4**
- Un ripado r_5 hacia el interior en **5**

Llamemos $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$. Las diferencias o variaciones que presentan las flechas $f'_0, f'_1, f'_2, f'_3, f'_4, f'_5, f'_6$, obtenidas después del ripado en relación a las flechas primitivas $f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$.

En el punto **0**, que precede al **1**, la flecha f_0 aumenta de $\frac{r_1}{2}$ y se convierte en f'_0 :

ANEXO 8

	$f'_0 = f_0 + \frac{r_1}{2}$	su variación es:	$\alpha_0 = +\frac{r_1}{2}$
En 1 f_1 se hace	$f'_1 = f_1 - r_1 + \frac{r_2}{2}$	su variación es:	$\alpha_1 = -r_1 + \frac{r_2}{2}$
En 2 f_2 se hace	$f'_2 = f_2 - r_2 + \frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2}$	su variación es:	$\alpha_2 = -r_2 + \frac{r_1}{2} + \frac{r_3}{2}$
En 3 f_3 se hace	$f'_3 = f_3 - r_3 + \frac{r_2}{2} + \frac{r_4}{2}$	su variación es:	$\alpha_3 = -r_3 + \frac{r_2}{2} + \frac{r_4}{2}$
En 4 f_4 se hace	$f'_4 = f_4 - r_4 + \frac{r_3}{2} + \frac{r_5}{2}$	su variación es:	$\alpha_4 = -r_4 + \frac{r_3}{2} + \frac{r_5}{2}$
En 5 f_5 se hace	$f'_5 = f_5 - r_5 + \frac{r_4}{2}$	su variación es:	$\alpha_5 = -r_5 + \frac{r_4}{2}$
En 6 f_6 se hace	$f'_6 = f_6 + \frac{r_5}{2}$	su variación es:	$\alpha_6 = +\frac{r_5}{2}$
Sumando las variaciones o términos correctivos resulta:			$\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 = 0$

Esta propiedad que suele escribirse como:

$$\sum (f' - f) = 0$$

se enuncia así:

LA SUMA DE LAS FLECHAS NO VARIA SI SE DESPLAZA UNA CURVA ENTRE DOS PUNTOS CUALQUIERA, SIN MODIFICAR LOS PUNTOS PRECEDENTES O SIGUIENTES

De las relaciones siguientes se obtiene:

$$r_1 = 2\alpha_0$$

$$r_2 = 2(r_1 + \alpha_1) = 2(2\alpha_0 + \alpha_1)$$

$$r_3 = 2\left(r_2 - \frac{r_1}{2} + \alpha_2\right) = 2[2(2\alpha_0 + \alpha_1) - \alpha_0 + \alpha_2] = 2(3\alpha_0 + 2\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$r_4 = 2\left(r_3 - \frac{r_2}{2} + \alpha_3\right) = 2[2(3\alpha_0 + 2\alpha_1 + \alpha_2) - (2\alpha_0 + \alpha_1) + \alpha_3] = 2(4\alpha_0 + 3\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3)$$

$$r_5 = 2\left(r_4 - \frac{r_3}{2} + \alpha_4\right) = 2[2(4\alpha_0 + 3\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3) - (3\alpha_0 + 2\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_4] = 2(5\alpha_0 + 4\alpha_1 + 3\alpha_2 + 2\alpha_3 + \alpha_4)$$

La similitud de las relaciones que dan los ripados, permite generalizar esta propiedad para cualquier punto de referencia.

Ahora bien, se ha visto, en el ejemplo superior, que el punto 6 no ha sufrido movimiento puesto que ningún ripado fue previsto en él, debiendo cumplirse pues que:

ANEXO 8

$$r_6 \text{ (ripado en 6)} = 2 (6\alpha_0 + 5\alpha_1 + 4\alpha_2 + 3\alpha_3 + 2\alpha_4 + \alpha_5) = 0$$

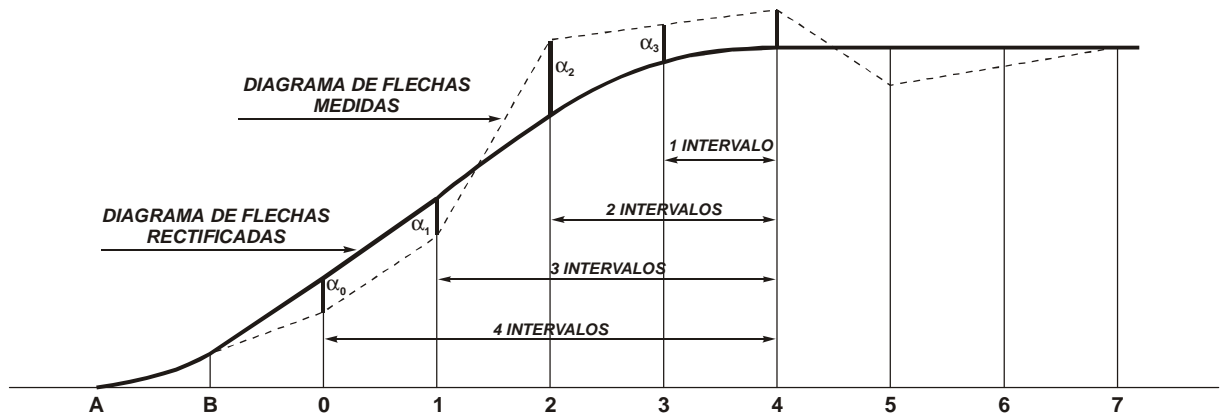
Para que esta última expresión sea nula, es necesario que ella cuente con términos negativos, lo cual demuestra que es indispensable escribir las variaciones de las flechas con su signo (+, si la flecha aumenta y - si la flecha disminuye).

Ejemplos:

f	f'	f'-f
25	30	+5
25	18	-7

CALCULO DEL RIPADO FRENTE A LA ESTACA n

El ripado frente a un punto fijo n es igual a dos veces la suma algebraica de los productos de los términos correctivos (o variación de las flechas) en los puntos precedentes por el número de intervalos existentes de cada uno de estos puntos, al punto n .



En efecto.

Si se traza el diagrama de flechas, tomando como unidad para las abscisas, la semicuerda, es decir, la distancia entre estacas (donde se midió la cuerda), se ve, por ejemplo, que el punto 4 se encuentra

- a: 4 intervalos del punto 0 donde la variación de flecha es α_0
- a: 3 intervalos del punto 1 donde la variación de flecha es α_1
- a: 2 intervalos del punto 2 donde la variación de flecha es α_2
- a: 1 intervalos del punto 3 donde la variación de flecha es α_3

Se concluye, conforme a la relación:

$$r_4 = 2 (4\alpha_0 + 3\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3)$$

que el ripado en el punto 4 es igual a dos veces la suma de los productos de términos correctivos (variación de las flechas) en los puntos precedentes, por la distancia (intervalos) de cada uno de estos puntos al punto 4.

ANEXO 8

Si se asimilan las variaciones de las flechas a fuerzas paralelas, se ve que el ripado en el punto **4** es igual a dos veces la suma algebraica de los momentos de las variaciones de las flechas con respecto al punto **4**.

Por otra parte hemos visto anteriormente, que para sustituir un sistema de flechas $f_0, f_1, f_2, \dots, f_n$, por otro sistema $f'_0, f'_1, f'_2, \dots, f'_n$ sin modificar las flechas precedentes y siguientes, era preciso que:

- 1º) que las sumas de las flechas no varíe $[(\sum f' f) = 0]$
- 2º) que el ripado en el punto **n** sea nulo.

Encontramos en éstos lo que se llama en Mecánica el **equilibrio de fuerzas paralelas en un plano**, es decir:

Para que un sistema de fuerzas paralelas esté en equilibrio es necesario y suficiente:

- 1º) que su suma algebraica sea nula
- 2º) que la suma algebraica de sus momentos con respecto a un punto del plano sea nula.

Lo que explica que:

La superficie de los diagramas de las flechas medidas debe ser igual a la de las flechas rectificadas y que estas superficies deben tener el mismo centro de gravedad.

El ripado en un punto se obtiene duplicando la acumulada segunda (1/2 ripado) en ese punto.

Como consecuencia de los ripados, el cambio de orientación de la tangente a una curva al punto de referencia **n** es proporcional a la suma de los **n** primeros términos correctivos (diferencia entre flechas de curva corregida y flechas medidas).

RELACION ENTRE LAS FLECHAS Y LOS ANGULOS DE DOS RECTAS TANGENTES A LA CURVA

Sea una curva tangente en **1** a la recta **xx'** y en **5** a la recta **yy'**.

Tenemos que:

$$\omega_1 = 2\alpha$$

$$\omega_2 = \omega_1 + 2\beta \text{ pues } \hat{A21} = \hat{231} + \hat{213} = \beta + \beta = 2\alpha + 2\beta$$

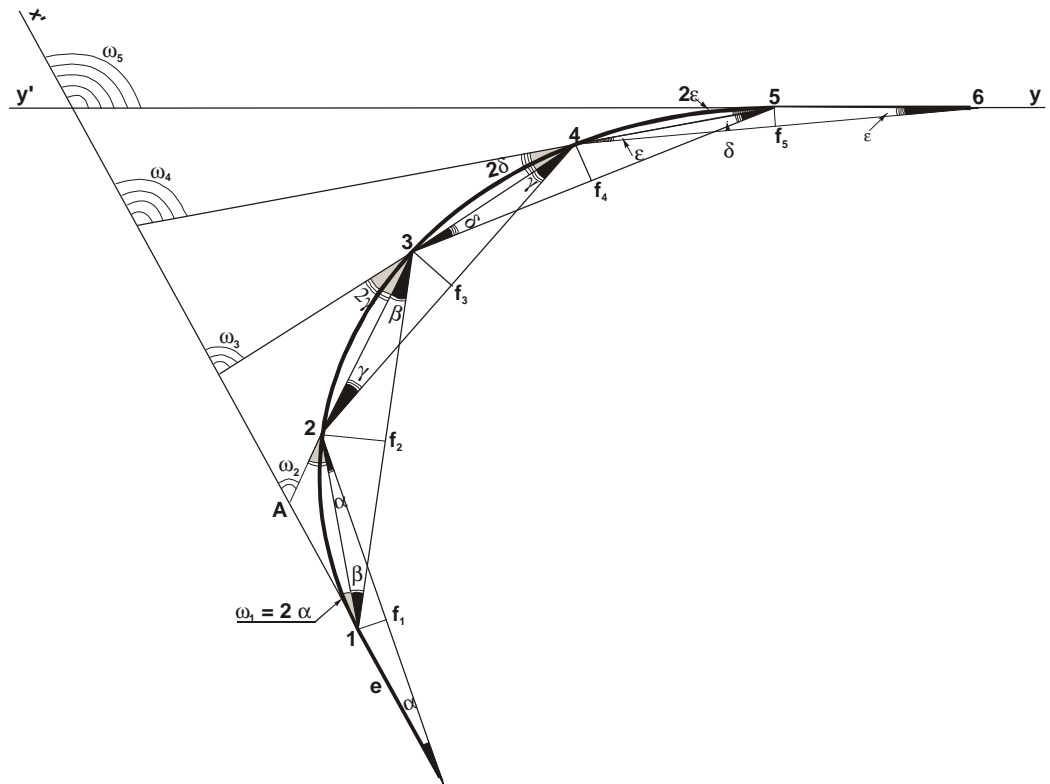
$$\omega_3 = \omega_2 + 2\gamma = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma$$

$$\omega_4 = \omega_3 + 2\delta = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta$$

$$\omega_5 = \omega_4 + 2\varepsilon = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta + 2\varepsilon$$

$$\omega_5 = 2(\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon)$$

ANEXO 8



Siendo e la distancia entre estacas se tiene:

$$\begin{aligned} f_1 &= e \times \text{sen } \alpha \\ f_2 &= e \times \text{sen } \beta \\ + \quad f_3 &= e \times \text{sen } \gamma \\ f_4 &= e \times \text{sen } \delta \\ f_5 &= e \times \text{sen } \epsilon \end{aligned}$$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = e (\text{sen} \alpha + \text{sen} \beta + \text{sen} \gamma + \text{sen} \delta + \text{sen} \epsilon)$$

para ángulos pequeños, el seno puede confundirse con la longitud del arco, pudiendo escribirse:

$$\sum f = e (\text{arc} \alpha + \text{arc} \beta + \text{arc} \gamma + \text{arc} \delta + \text{arc} \epsilon)$$

$$\sum f = e \times \text{arc} (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon)$$

pero se ha visto que:

$$\omega_5 = 2 (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon)$$

de donde:

$$\sum f = e \times \frac{\text{arc } \omega_5}{2} \Rightarrow \boxed{\text{arc } \omega_5 = \frac{2 \sum f}{e}} \quad (A)$$

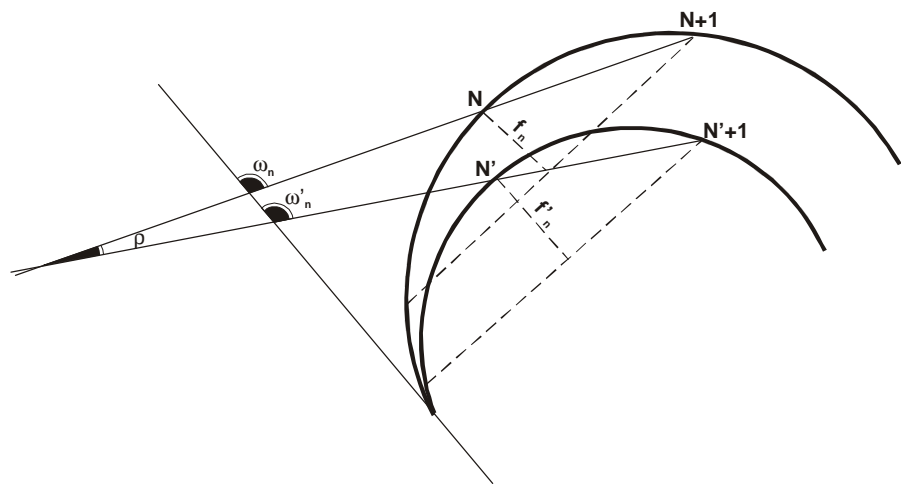
ANEXO 8

La Fórmula **A**, muestra que la suma de las flechas de una curva tangente a dos rectas depende del ángulo de estas rectas y que dos curvas incluídas entre dos mismas tangentes o tangentes paralelas, tienen la misma suma de flechas.

Esto demuestra igualmente que no es suficiente obtener la misma suma de flechas en el nuevo sistema de flechas calculadas, que sustituyen al primitivo, pues si no se tiene al mismo tiempo un ripado nulo en la extremidad, la recta **yy'** será desplazada paralelamente a si misma.

CAMBIO DE ORIENTACION DE LA CUERDA N; N+1 EN EL PUNTO N COMO CONSECUENCIA DE RIPADOS

Como consecuencia de ripados el cambio de orientación en el punto **N** de la cuerda **N; N + 1** es proporcional a la suma de los **n** primeros términos correctivos (variaciones de flechas).



Sea un sistema de flechas **f**, al cual se ha sustituido por un sistema **f'**, se tiene:

$$\text{arc}\omega_n = \frac{2 \sum nf}{e}$$

$$\text{del mismo } \text{arc}\omega'_n = \frac{2 \sum nf'}{e}$$

$$\text{Pero: } \omega'_n - \omega_n = \rho \therefore \text{arc}\omega'_n - \text{arc}\omega_n = \text{arc}\rho$$

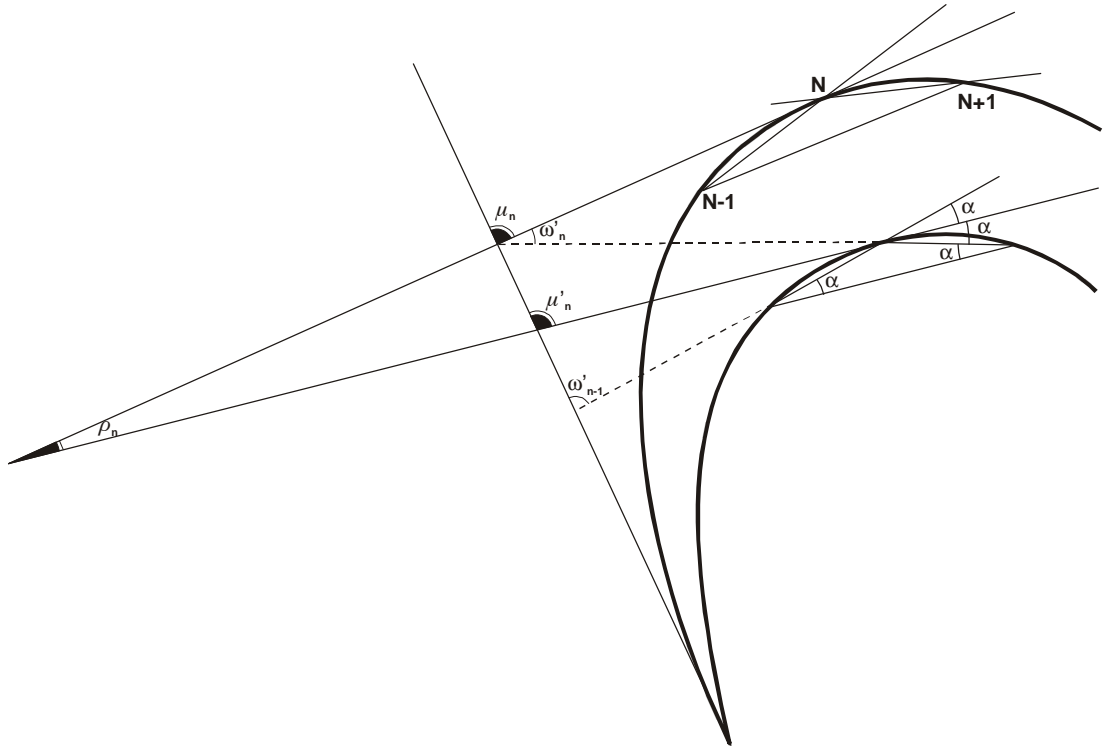
$$\text{de donde: } \text{arc}\rho = \frac{2 \sum nf'}{e} - \frac{2 \sum nf}{e}$$

$$\boxed{\text{arc}\rho = \frac{2 \sum n(f'-f)}{e}}$$

El arco ρ , representa el cambio de orientación de la cuerda (**N; N+1**) en el punto **N**.

ANEXO 8

**CAMBIO DE ORIENTACION DE LA TANGENTE EN EL
PUNTO N COMO CONSECUENCIA DE RIPADOS**



Como consecuencia de los ripados, el cambio de orientación de la tangente en el punto **N**, es proporcional a la suma de los **(n-1)** primeros términos correctivos, más la suma de los **n** primeros términos correctivos.

$$\boxed{\text{arc}\rho_n = \frac{\sum (n-1)(f'-f) + \sum n(f'-f)}{e}}$$

En efecto: el $\triangle N'-1; N'; N'+1$ es isósceles

La tangente **N'** es paralela a la cuerda **N'-1, N'+1**.

$$\text{y se tiene: } \mu'_n = \frac{\omega'(n-1) + \omega'_n}{2}$$

$$\text{igualmente se tiene: } \mu_n = \frac{\omega(n-1) + \omega_n}{2}$$

$$\rho_n = \mu'_n - \mu_n = \frac{\omega'(n-1) - \omega(n-1)}{2} + \frac{\omega'_n - \omega_n}{2}$$

$$\text{arc}\rho_n = \text{arc}\mu'_n - \text{arc}\mu_n = \frac{2 \sum (n-1) f' - 2 \sum (n-1) f}{2e} + \frac{2 \sum n f' - 2 \sum n f}{2e}$$

$$\boxed{\text{arc}\rho_n = \frac{\sum (n-1)(f'-f) + \sum n(f'-f)}{e}}$$

ANEXO 8

PRACTICA DEL ESTUDIO DE LA RECTIFICACION DE CURVAS

Sobre la parte izquierda de la hoja de papel milimetrado, se hace el diagrama de las flechas medidas. Sobre la parte derecha, se forma la planilla como se indica en la hoja 40.

Se bosqueja el diagrama de las flechas del primer ensayo, o de las flechas transitorias.

Se escribe en Columna : (1) el número de las estacas.

(2) las flechas medidas (f).

(3) las flechas transitorias (f').

(4) las variaciones de las flechas ($f'-f$) con su signo (restando siempre la flecha medida de la flecha transitoria).

Para calcular los ripados frente a una estaca, no es necesario calcular los momentos como está indicado en páginas 33 y 34.

En efecto:

Se escribe en Columna (5), en la interlínea, las sumas sucesivas de las variaciones de las flechas, que son las **Acumuladas Primeras** de las variaciones o términos correctivos.

Se escribe en Columna (6), las **Acumuladas de las Acumuladas**, que son en dimensión y en signo, los medios (1/2) ripados. Son las **Acumuladas segundas**.

Se duplican los medios ripados obtenidos y se consiguen los ripados de la Columna (7).

Como la muestra el ejemplo numérico de la página 43, el valor de los medios ripados se obtiene por simples adiciones o sustracciones sucesivas.

CONDUCCION DE LOS CALCULOS

Conociendo:

La velocidad máxima de la Línea.

La variación de peralte en el Enlace Parabólico.

El Coeficiente de peralte a aplicar.

Se deduce de la tabla inserta en el Artículo 19 de la N.T. N° 4, la variación máxima a admitir entre 2 flechas sucesivas del Enlace Parabólico.

EJEMPLO
V = 90 km/h
DP = 1,5 mm máx.
C = 75
10 mm PARA UN ESPACIO DE e = 10 m

Se bosqueja entonces el diagrama de las flechas del primer ensayo (o de las flechas transitorias), tomando para la inclinación del Enlace Parabólico una variación de flechas entre dos flechas sucesivas, ligeramente inferior a la variación máxima a admitir (en el presente ejemplo tomamos 9 mm de variación, para un máximo admisible de 10 mm).

Esto permite, en ocasión de retificaciones sucesivas, sea para anular las acumuladas primeras, sea para anular las acumuladas segundas, de hacer variar ligeramente la inclinación del Enlace Parabólico.

Pero el punto delicado es determinar convenientemente esta inclinación.

Otro método consiste en compensar sensiblemente las áreas comprendidas entre el diagrama de las flechas medidas, y el diagrama de las flechas proyectado y comprendidas de una y

ANEXO 8

otra parte de él.

Esta compensación necesita la reunión de tres (3) áreas elementales sucesivas (a_1 , b , a_2), donde la suma de los dos extremos ($a_1 + a_2$), situadas de un mismo lado de la traza del diagrama de flechas proyectado, sea equivalente al área intermedia (b) situada del otro lado.

Los cálculos son conducidos paralelamente al trazado del bosquejo con un cierto desfase para asegurarse que no se aleja mucho del trazado inicial lo cual daría lugar a ripados exagerados.

No es necesario buscar en el curso de este bosquejo obtener la anulación de las Acumuladas Primeras y Segundas. Si ha sido conducido con cuidado la compensación de áreas, el último término de cada columna será poco importante.

En el ejemplo que sigue, (1er. ensayo), la acumulada primera (Columna 5), no se anula, la Columna (6) de acumuladas segundas, no ha sido seguido hasta la última estaca.

Se modifica entonces algunas flechas, ubicándolas de manera de no deformar sensiblemente el diagrama proyectado. Aquí la flecha proyectada en la estaca 16 ha sido llevada de 45 a 46 y la de la estaca 21, de 5 a 7, así es como la acumulada primera (Columna 5A) se anula.

Se siguen los cálculos de la Columna 6A y se obtiene entonces en la estaca 22, un medio ripado (-5) que es necesario anular.

Para anular el medio ripado restante se utiliza el método de las cuplas.

En lo que concierne a las flechas, **la cupla**, estará constituida por dos variaciones de flechas iguales y de signo contrario (α y $-\alpha$) y el **momento de la cupla** será el producto de la variación α por el número de los intervalos que separan estas dos variaciones sobre el diagrama de flechas.

En el ejemplo, si en la estaca 5 se hace variar la flecha de $\alpha = +1$ y en la estaca 10 se hace variar las flechas de $-\alpha = -1$, se tendrá el momento de la cupla, así constituido, igual a: **$+1 \times 5 = +5$** . **El signo de la Cupla está dado por el signo de la primer variación** (aquí +). El medio ripado que restaba, se encuentra entonces anulado.

Es suficiente para obtener la rectificación definitiva, sumar las columnas correspondientes **$(4+4A+4B) = 4C$; $(5+5A+5B) = 5C$; $(6+6A+6B) = 6C$** y para obtener los ripados en magnitud y en signo, duplicar los resultados de la columna (**6C**).

ANEXO 8

EJEMPLO DE
RECTIFICACION
DE CURVA

N° DE LAS ESTACAS	f	f'	df (f'-f)	ACUMULADAS PRIMERAS $\sum df$	ACUMULADAS SEGUNDAS $\sum \sum df$	FLECHAS TRANSITORIAS	VARIAcion DE LAS FLECHAS	df	5A	6A	df	4B	5B	6B	FLECHAS DEFINITIVAS	df	5C	6C	MEDIOS RIPADOS	RIPADOS	PERALTES
0	1	2	3	4	5	6															
1	2	0	0																		
2	0																				
3	-1	0	+1																		
4	4	1	-3	+1																	
5	8	3	-5	-2																	
6	7	10	+3	-7																	
7	11	19	+8	-4																	
8	25	28	+3	+4																	
9	45	37	-8	+7																	
10	41	44	+3	-1																	
11	47	48	+1	+2																	
12	47	51	+4	+3																	
13	56	51	-5	+7																	
14	54	51	-3	+2																	
15	50	49	-1	-1																	
16	42	45	+3	-2																	
17	43	40	-3	+1																	
18	32	31	-1	-2																	
19	30	22	-8	-3																	
20	17	13	+6	-11																	
21	2	5	+3	-5																	
22	3	2	-1	-2																	
23	0	0	0	-3																	
24																					

PRIMER ENSAYO

ANULACION DE LAS ACUMULADAS PRIMERAS $\sum df = 0$

ANULACION DEL 1/2 RIPADO

RECTIFICACION DEFINITIVA

NOTA: Cuando el medio ripado a anular es relativamente importante, se modifican las flechas por una serie de cuplas, pero para facilitar los cálculos, en lugar de calcular cada cupla separadamente y después sumarlas algebraicamente es mucho más expeditivo lo siguiente:

- 1) Formar una serie de variaciones α que presente un centro de simetría.

ANEXO 8

- 2º) Formas otra serie de variaciones de igual suma, pero de signo contrario y que presente igualmente un centro de simetría.
- 3º) Calcular el número de intervalos que separan es tos dos centros de simetría.
- 4º) Efectuar el producto de la suma de las variaciones α , por el número de intervalos que separan los dos (2) centros de simetría; es el medio ripado a aplicar en la estaca de la última variación $-\alpha$.

Ejemplo:

N° DE ESTACAS	df		DESCOMPONENDO POR CUPLA SE OBTIENE EL CUADRO SIGUIENTE:	FORMANDO LAS ACUMULADAS		
				df	Σdf	$\Sigma \Sigma df$
0						
1						
2	+3			+3		
3	+1		+1 +2	+1	+3	+3
4	+1	• C ₁	+1	+1	+4	+7
5	+3		+1	+3	+5	+12
6			+2 +1		+8	+20
7					+8	+28
8					+8	+36
9	-1		-1	-1	+8	+44
10	-2		-2	-2	+7	+51
11	-2	• C ₂	-1 -1	-2	+5	+56
12	-2		-2	-2	+3	+59
13	-1	+60	-1	-1	+1	+60
+8 x 7,5 = +60			(1 x 7) + (2 x 8) + (1 x 8) + (1 x 7) + (2 x 7) + (1 x 8) = +60			0

Recíprocamente: Conociendo el medio ripado a anular, se determina la posición de los centros **C₁** y **C₂** de dos grupos de sentido contrario.

Se divide el medio ripado por el número de intervalos que separan a los dos centros; se obtiene la suma de las variaciones a repartir simétricamente en cada grupo. Su hay un resto, se introduce otro grupo para hacerlo desaparecer.

ANEXO 8

REDUCCION DE RIPADOS

ESTACAS	df	Σdf	$\Sigma \Sigma df$
6			
7	+1		
8	+1	+1	
9	+2	+2	+1
10	+1	+4	+3
11	+1	+5	+7
12		+6	+12
13	-1	+6	+18
14	-2	+5	+24
15	-2	+3	+29
16	-1	+2	+32
17		0	+33
18		0	+33
19		0	+33
20	-2	0	+33
21	-2	-2	+31
22	-2	-4	+27
23		-6	+21
24	+1	-6	+15
25	+2	-5	+10
26	0	-3	+7
27	0	-3	+4
28	+2	-3	+1
29	+1	-1	0
30		0	0
31			0

Dos grupos de variaciones simétricas dan a la estaca del último de estas variaciones un medio ripado **nulo** y los ripados más allá de esta estaca no se modifican.

Esto permite, de una parte, reducir los ripados en ciertos puntos obligados, y por otra parte, equilibrar en la medida de lo posible, los ripados positivos y los ripados negativos.

Sea de anular un medio ripado de -33 en la estaca 17. Se forma un grupo de momento positivo, que se lo anula a continuación por un grupo de **momento negativo**.

A partir de la estaca 29 y más allá, los ripados obtenidos con la rectificación precedente, no son modificados.

EJEMPLO NUMERICO																	
Nº DE LAS ESTACAS		FLECHAS MEDIDAS SOBRE EL TERRENO		FLECHAS DE ENSAYO O TRANSITORIAS		DIFERENCIA ALGEBRAICA α ENTRE f Y f'		SUMA ALGEBRAICA DE LAS DIFERENCIAS α O ACUMULADAS PRIMERAS $\Sigma(f'-f)$ (A ESCRIBIR EN LAS ENTRELÍNEAS)		SUMA ALGEBRAICA DE LOS NÚMEROS DE LA COLUMNA (5) O ACUMULADAS SEGUNDAS REPRESENTAN LOS $\frac{1}{2}$ RIPADOS $\Sigma\Sigma(f'-f)$		RIPADOS (NÚMEROS DE LA COLUMNA (6) x 2)		EJEMPLO NUMERICO			
		f	f'	f'	f'	f'	f'	f	f'	VARIACIONES DE LAS FLECHAS $f'-f$ O df	ACUMULADAS PRIMERAS $\Sigma(f'-f)$ O Σdf	ACUMULADAS SEGUNDAS $\Sigma\Sigma(f'-f) = \frac{1}{2} \Sigma \text{RIPADOS}$ O $\Sigma \Sigma df$					
1	2																
0	f_0	3	f'_0	4	$\alpha_0 = f'_0 - f_0$	5	α_0	6	α_0	7	$2 \alpha_0$	8	$2 \alpha_0$	9	0	7'	
1	f_1	3	f'_1	4	$\alpha_1 = f'_1 - f_1$	5	α_1	6	α_1	7	$2 \alpha_1$	8	$2 \alpha_1$	9	0	7'	
2	f_2	3	f'_2	4	$\alpha_2 = f'_2 - f_2$	5	α_2	6	α_2	7	$2 \alpha_2$	8	$2 \alpha_2$	9	0	7'	
3	f_3	3	f'_3	4	$\alpha_3 = f'_3 - f_3$	5	α_3	6	α_3	7	$2 \alpha_3$	8	$2 \alpha_3$	9	0	7'	
4	f_4	3	f'_4	4	$\alpha_4 = f'_4 - f_4$	5	α_4	6	α_4	7	$2 \alpha_4$	8	$2 \alpha_4$	9	0	7'	
5	f_5	3	f'_5	4	$\alpha_5 = f'_5 - f_5$	5	α_5	6	α_5	7	$2 \alpha_5$	8	$2 \alpha_5$	9	0	7'	
6	f_6	3	f'_6	4	$\alpha_6 = f'_6 - f_6$	5	α_6	6	α_6	7	$2 \alpha_6$	8	$2 \alpha_6$	9	0	7'	
7	f_7	3	f'_7	4	$\alpha_7 = f'_7 - f_7$	5	α_7	6	α_7	7	$2 \alpha_7$	8	$2 \alpha_7$	9	0	7'	